

**ДЕПЕРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ОДЕСЬКОЇ  
ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
КОМУНАЛЬНИЙ ЗАКЛАД ВИЩОЇ ОСВІТИ «ОДЕСЬКА АКАДЕМІЯ  
НЕПЕРЕРВНОЇ ОСВІТИ ОДЕСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ РАДИ»  
Кафедра педагогіки та освітнього менеджменту**

**Кваліфікаційна робота  
ОСОБЛИВОСТІ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ  
УЧНІВ СЕРЕДНЬОГО ШКІЛЬНОГО ВІКУ  
ЗАКЛАДУ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ  
Peculiarities of the development of mathematical abilities  
of middle-school age students of general secondary education  
на здобуття ступеня вищої освіти «Магістр»**

Виконала: здобувачка вищої освіти  
другого (магістерського) рівня  
спеціальності 011 Освітні, педагогічні науки  
освітньо-професійної програми  
Педагогіка середньої освіти  
Ільїна Світлана Володимирівна  
Науковий керівник: к. пед. н., в. о. доц.  
Гарачук Тетяна Володимирівна  
Рецензент: к. пед. н.  
Майорський В'ячеслав Віталійович

Рекомендовано до захисту:  
протокол засідання кафедри педагогіки та  
освітнього менеджменту  
протокол № \_\_\_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 року  
В.о.завідувача кафедри  
\_\_\_\_\_ Неля КУЗНЕЦОВА

Захищено на засіданні ЕК  
протокол № \_\_\_\_ від \_\_\_\_\_  
Оцінка \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_\_  
(за національною шкалою, шкалою ECTS, бали)  
Голова ЕК  
\_\_\_\_\_ Сергій ІВАННИКОВ

## АНОТАЦІЯ

У кваліфікаційній роботі, на основі аналізу психологічних, педагогічних та наукових джерел, розглянуто змістовий аспект основних понять дослідження: «здібності», «математичні здібності», «розвиток математичних здібностей учнів середнього шкільного віку». Виокремлено особливості розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку. Організовано, проведено та опрацьовано результати емпіричного дослідження стану розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку. З метою оптимізації процесу розроблено та запропоновано методичні рекомендації для педагогів з розвитку математичних здібностей школярів.

Ключові слова: здібності, математичні здібності, особливості розвитку математичних здібностей, учні середнього шкільного віку, емпіричне дослідження, вчитель закладу загальної середньої освіти.

## SUMMARY

In the graduation thesis, based on the analysis of psychological, pedagogical and scientific sources, the content aspect of the main concepts of the study was considered: «abilities», «mathematical abilities», «development of mathematical abilities of middle-school age students». Peculiarities of the development of mathematical abilities of middle-school age students are highlighted. The results of an empirical study of the state of development of mathematical abilities of secondary school students were organized, conducted and worked out. In order to optimize the process, methodological recommendations for teachers on the development of mathematical abilities of middle-school age students have been developed and proposed.

Key words: abilities, mathematical abilities, peculiarities of the development of mathematical abilities, students of secondary school age, empirical research, a teacher of a general secondary education institution.

**ЗМІСТ**

ВСТУП .....	4
РОЗДІЛ 1. ПРОБЛЕМА РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ ШКОЛЯРІВ У ПСИХОЛОГІНИХ ТА ПЕДАГОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ .....	9
1.1. Поняття математичних здібностей, їх структура .....	9
1.2. Особливості розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку ЗЗСО .....	18
Висновки до першого розділу .....	26
РОЗДІЛ 2. ОРГАНІЗАЦІЯ ТА ЗДІЙСНЕННЯ ЕМПІРИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ .....	28
2.1. Етапи та логіка дослідження .....	28
2.2. Методики здійснення емпіричного дослідження .....	32
Висновки до другого розділу .....	37
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ ШКОЛЯРІВ .....	39
3.1. Аналіз результатів емпіричного дослідження .....	39
3.2. Методичні рекомендації з розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку .....	45
Висновки до третього розділу .....	55
ВИСНОВКИ. ....	58
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ. ....	62
ДОДАТКИ. ....	68

## ВСТУП

**Актуальність дослідження.** Необхідність реформи Нової української школи продиктовано вимогами часу та станом розвитку вітчизняної освіти. Сучасний заклад загальної середньої освіти характеризується оновленням структури, змісту, технологій навчання та ресурсного забезпечення освітнього процесу. Проголошено сталий розвиток, особистісно-орієнтоване навчання, діяльнісний та компетентнісний підходи в освіті, радість пізнання, дотримання принципів педагогіки партнерства, дитиноцентризм, розвиток особистості школяра закладу загальної середньої освіти (ЗЗСО) тощо.

Проаналізувавши основні документи (Закон України «Про освіту», «Про загальну середню освіту», Державний стандарт початкової освіти, Концепція Нової української школи, Стандарт базової середньої освіти, Рекомендації Європейського парламенту та Ради ЄС) щодо формування ключових компетентностей освіти впродовж життя, робимо висновок, що однією з цілей базової середньої освіти є розвиток природних здібностей, обдарувань, інтересів дитини для самореалізації, свідомого вибору подальшого життєвого шляху, покликання чи професії.

Варто відзначити появу на ринку праці професій, які, прямо чи опосередковано, пов'язані з математикою (інженер роботизованих систем, IT-фахівець, проектувальник «розумного» середовища, проектувальник 3D-друку в будівництві тощо). У світлі виникнення нових професій, природно, зростає потреба у випускниках з математичним складом розуму. Так, серед топ-10 навичок, які будуть актуальними до 2025 року, виокремлено аналітичне мислення та інноваційність, розв'язання складних проблем, критичне мислення і аналіз, ІКТ-грамотність, логічна аргументація, упевнене володіння технологіями (розробка і програмування) тощо.

Зауважимо, що серед одинадцяти ключових компетентностей Концепції НУШ, три мають безпосереднє відношення до математики – математична грамотність, компетентності в природничих науках і технологіях,

інформаційно-цифрова компетентність. Виходячи з досвіду попередніх років, підкреслимо, що проблема формування та розвитку математичної компетентності завжди залишається актуальною, адже математика є основою для багатьох навчальних предметів у середній школі: алгебра, геометрія, біологія, фізика, хімія, географія, астрономія, креслення тощо.

Варто також згадати результати тестування PISA, що продемонстрували «невтішні» результати сформованості математичної компетентності школярів України. Як наслідок, 2021 рік проголошено роком математики в Україні.

Зазначимо, що математичний стиль мислення проникає практично у всі сфери діяльності. Важко знайти таку галузь знань, до якої математика не мала б жодного стосунку. Все це висуває перед закладами загальної середньої освіти завдання розвитку в учнів відповідних нахилів, інтересів та здібностей, підвищення рівня математичної культури, рівня математичного розвитку учнів тощо. Адже, вивчаючи математику, найповніше розвиваються розумові та інтелектуальні здібності школярів, такі операції мислення як синтез, аналіз, абстрагування, узагальнення, систематизація, дедукція, індукція, порівняння тощо. Відтак, учителі математики повинні цілеспрямовано працювати над формуванням інтересів та схильностей до математики учнів, і, водночас, приділяти особливу увагу розвитку їхніх математичних здібностей. Саме для підготовки та появи конкурентоспроможних і конкурентоздатних вітчизняних фахівців виникає гостра необхідність у формуванні та розвитку саме математичних здібностей учнів ЗЗСО.

Проблему розвитку здібностей особистості студіювали Ж. Адамар, А. Біне, А. Давиденко, В. Моляко, А. Пуанкаре, Т. Равлюк, В. Рогозіна, І. Теплицький, Д. Уабер, М. Фергюсон та ін.

Психологічну складову формування та розвитку здібностей ґрунтовно висвітлювали І. Загурська, В. Клименко, В. Климчук, С. Максименко, О. Музика, Н. Никончук, О. Скрипченко, Б. Якимчук та інші

Дослідженням проблеми розвитку математичних здібностей школярів займалися такі вітчизняні дослідники як І. Акуленко, О. Барболіна, О. Боряк, А. Босак, О. Буковська, С. Величко, А. Воевода, Т. Гарачук, Т. Зорочкіна, Т. Зверова, В. Корольський, О. Матяш, Н. Модягіна, К. Неद्याлкова та ін.

Незважаючи на теоретичне осмислення в науковій літературі проблеми формування та розвитку математичних здібностей школярів, недостатньої уваги приділено саме питанню пов'язаному з особливостями розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку. Вивчення практичного досвіду вчителів ЗЗСО засвідчує, що вони відчують труднощі в організації та здійсненні цілеспрямованої роботи з розвитку математичних здібностей учнів ЗЗСО. Таким чином, актуальність та недостатнє вивчення сформульованої проблеми зумовили вибір теми дослідження «Особливості розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку закладу загальної середньої освіти».

**Об'єкт дослідження:** математичні здібності учнів середнього шкільного віку.

**Предмет дослідження:** розвиток математичних здібностей учнів середнього шкільного віку ЗЗСО.

**Мета дослідження:** здійснити емпіричне дослідження та розробити методичні рекомендації з розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку закладу загальної середньої освіти.

На основі мети сформульовано **завдання дослідження:**

1. Розкрити сутність основних понять дослідження.
2. Виокремити особливості розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку.
3. Організувати та здійснити емпіричне дослідження з проблеми розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку закладу загальної середньої освіти.

4. Розробити методичні рекомендації з розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку закладу загальної середньої освіти.

**Методи дослідження:** вивчення психолого-педагогічної літератури та нормативно-законодавчої бази; спостереження, бесіда, анкетування, емпіричне дослідження; узагальнення отриманих даних; статистичні методи обробки даних тощо. Відповідно до мети і завдань дослідження було використано наступні методики:

1) Методика «Діагностика аналітичних математичних здібностей» (автор Р. Кеттелл).

2) Методика У. Ліппмана «Логічні закономірності».

3) Інтелектуальний тест Г. Айзенка (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна).

4) Опитувальник для виявлення рівнів сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна).

**База дослідження.** Відокремлений структурний підрозділ відділу освіти Чорноморської міської ради - Олександрівський заклад загальної середньої освіти Чорноморської міської ради Одеського району Одеської області.

**Теоретичне значення** полягає в уточненні основних поняття дослідження «здібності», «математичні здібності», «розвиток математичних здібностей учнів середнього шкільного віку» тощо.

**Практичне значення** полягає в тому, що результати дослідження можна використовувати в освітньому процесі ЗЗСО для подальшого упровадження, застосування та удосконалення.

**Апробація результатів дослідження.** Результати дослідження апробовано на II Науково-практичній онлайн-конференції для здобувачів вищої освіти та молодих вчених «Актуальні проблеми педагогічної освіти в XXI столітті» (24.03.2022 р., м. Одеса) та Науково-практичній інтернет-конференції (з міжнародною участю) «Доступність і неперервність освіти

впродовж життя: зарубіжний досвід та національна практика» (17.05.2022 р., м. Івано-Франківськ).

**Публікації.** Результати дослідження висвітлено у наукових публікаціях: 1. Ільїна С. «Умови розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку». Актуальні проблеми педагогічної освіти в XXI столітті : матеріали II Науково-практичної онлайн-конференції для здобувачів вищої освіти та молодих вчених. 24 березня 2022 року / за ред. В. В. Ягоднікової. Одеса, 2022. С. 38-41.

2. Ільїна С. «Проблема розвитку математичних здібностей школярів у педагогічних дослідженнях». Доступність і неперервність освіти впродовж життя: зарубіжний досвід та національна практика: Збірник тез доповідей науково-практичної інтернет-конференції з міжнародною участю (Івано-Франківськ, 17 травня 2022 р.). Івано-Франківськ, 2022. С. 152-154.

**Структура та обсяг роботи.** Кваліфікаційна робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків.

# РОЗДІЛ 1

## ПРОБЛЕМА РОЗВИТКУ

### МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ ШКОЛЯРІВ У ПСИХОЛОГІНИХ ТА ПЕДАГОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

#### 1.1. Поняття математичних здібностей, їх структура

Формування та розвиток здібностей особистості є актуальною проблемою у всі часи. Сучасні вчені також приділили достатньо уваги питанню розвитку здібностей індивіда, відтак, за останні роки маємо багато наукових праць. До вивчення сутності поняття зверталися І. Загурська, В. Клименко, В. Климчук, С. Максименко, В. Моляко, О. Музика та інші. Дослідження сутності здібностей не обійшли увагою зарубіжні (Ж. Адамар, А. Біне, Д. Броверман, Ж. Годфруа, А. Пуанкаре, Д. Уабер, М. Фергюсон та ін.) та вітчизняні (А. Давиденко, О. Поліщук, Т. Равлюк, В. Рагозіна, С. Семеріков, І. Теплицький, С. Шокалюк та ін.) учені. Вивченням саме математичних здібностей займалися Т. Гардінер, Т. Гарачук, Т. Зорочкіна, Г. Колинець, Н. Маланюк, В. Панченко, О. Папач, М. Пихтар та ін. Відтак, під математичними здібностями, переважно, дослідники розуміють сукупність спроможностей (можливостей) для розв'язання математичних, пошукових, навчальних та евристичних задач.

Останніми роками було захищено ряд дисертаційних робіт з проблеми формування та розвитку математичних здібностей школярів. Так, Н. Маланюк досліджувала проблему розвитку творчих математичних здібностей учнів ліцею засобами інформаційних технологій. М. Пихтар студіював проблему розвитку математичних здібностей школярів у діяльності Малої академії наук [46, с.15]. Учений визначив психолого-педагогічні передумови розвитку математичних здібностей учнів, запропонував концепцію трирівневого розвитку математичних здібностей

(формування базових математичних здібностей → створення навчально-дослідницьких завдань → розробка та захист власних проєктів) [47, с. 12]. О. Первун досліджувала роль пошуково-дослідних задач як засобу розвитку математичних здатностей учнів у класах з поглибленим вивченням математики [44, с. 17]. Е. Лодзінська працювала над особливостями роботи вчителя з математично обдарованими учнями 4-8 класів (на матеріалі польської школи) [29, с. 11]. Г. Колінець вивчала психологічні передумові формування математичних дослідницьких здібностей старшокласників [28, с. 135].

Зробимо висновок : дослідники схожі у тому, що поняття «здібність» описується як стійкі індивідуальні (психологічні) характеристики (властивості) індивіда, які дозволяють успішно реалізувати певний вид діяльності; як специфічний набір якостей особистості, необхідних для успішності діяльності. Враховуючи наукові позиції, трактуємо «здібність» як сукупність індивідуальних особливостей, які особистість цілеспрямовано отримала, виражаючи свою готовність до оволодіння певною діяльністю.

У контексті дослідження зауважимо:

1. Здібності розглядаються як особистісне утворення: розвиток здібностей і розвиток особистості – два взаємообумовлені процеси.

2. Рефлексія діяльностей, в яких розвиваються здібності, і соціальні стосунки, що складаються у цих діяльностях, – необхідна умова свідомої суб'єктно-ціннісної регуляції цих процесів.

3. Проблемні моменти, які виявилися в освітньому процесі, можуть бути усунуті шляхом організації ціннісної підтримки, яка здійснюється через залучених осіб і може позитивно впливати на всі етапи розвитку здібностей.

Ми також виходимо з того, що на відміну від дорослих, у яких розвиток здібностей може регулюватися віддаленими цілями і сформованими цінностями, діти значною мірою залежні від параметрів діяльності і соціальних стосунків, у які здебільшого вони змушені включатися, і це не завжди залежить від їхньої волі та вибору (для прикладу – навчальна

діяльність). Базовою потребою, задоволення якої може сприяти одночасно розвитку здібностей і розвитку особистості, є потреба у визнанні.

Самодостатність, здатність до самоактуалізації – це риси, що характеризують зрілу особистість, якій вдалося розвинути здібності до рівня обдарованості. У дітей цього ще немає. Ці риси не є причиною високих результатів, вони скоріше наслідок, результат розвитку здібностей і особистості. Визначення потреби у визнанні як базової дозволяє переглянути пріоритети розвитку здібностей: замість діяльнісних на перший план виходять особистісні. Безумовно, «що робити?» і «як робити?» – це важливо, але у середньому шкільному віці, коли система цінностей ще не остаточно сформована, важливішими і суб'єктивно значимішими є відповіді на питання «для кого робити?», «хто це поцінує?». Ми не ігноруємо діяльнісних і когнітивних компонентів здібностей, а робимо спробу поєднати їх з соціально-особистісними. Цим, на нашу думку, ліквідується ухил у бік домінування окремих дій і операцій. Важливим є створення відповідного середовища, у якому кожен може спробувати свої сили у різних видах діяльності, може досягнути успіху і бути поцінованим [15].

Підкреслимо, здібності до будь-якої діяльності можливо розвивати, варто лише мати бажання і докласти зусиль; у кожній діяльності є елементи творчості, оволодіння якими стає основою в інших видах діяльності; тривалі гармонійні, гуманні стосунки між людьми вибудовуються на засадах ціннісного обміну – взаємного інтересу до досягнень одне одного і поцінування цих досягнень.

З точки зору сучасних вчених, без теоретичного аналізу структури індивідуальних здібностей неможливо досліджувати проблему розвитку здібностей певного виду, у нашому контексті, математичних здібностей.

Мислення захоплених математикою школярів відрізняється особливою сприйнятливістю до математичних контрастів, не пов'язане з попередньо розглянутими явищами, які не впливають із них і не вступають у протиріччя з ними. Зазначена особливість поведінки математично здібних учнів ЗЗСО

тісно пов'язана з виникненням у них елементів діалектичного мислення і, разом з тим, слугує великим стимулом.



Рис. 1.1. Етапи розвитку обдарованої особистості

М. Довбонос та Б. Беседін вважають, що математичні здібності – це ті особистісно-психологічні особливості людини, які сприяють продуктивності її математичної діяльності, дозволяють використовувати в її процесі нестандартні способи і засоби, створюючи тим самим відносно новий продукт розумової діяльності. Діагностика, формування та розвиток математичних компетентностей відбувається в процесі математичної діяльності, одночасно з формуванням загальнонавчальних умінь і навичок, математичних знань і навичок [17].

За В. Панченко, математичні здібності – це здатність утворювати в математичному матеріалі узагальнення, складні, гнучкі та зворотні асоціації [41].

За Є. Сидоркіним, математичні здібності – поняття умовне, а розвиток математичних здібностей – полягає у дослідженні загальної тенденції та

загальної спрямованості розвитку основних компонентів структури математичних здібностей під впливом навчання [50].

На основі аналізу наукових джерел [35; 44; 46], математичними здібностями вважаються:

- здібності у конкретних сферах (видах) діяльності (математика);
- індивідуальні психологічні особливості, що відповідають вимогам навчальної математичної діяльності, визначають успіх в оволодінні математикою як навчальною дисципліною та відзначаються особливо швидким і легким засвоєнням математичних знань, умінь і навичок;
- уміння створювати на математичному матеріалі узагальнені, згорнуті, гнучкі та обернені асоціації;
- здатність сприймати, розуміти та зберігати математичну інформацію; математична спрямованість розуму (інтерес до чисел і рухів, прагнення до математичного пошуку);
- структуроване утворення, яке характеризується повнотою і вирізняється наявністю індивідуально-психологічних особливостей чи елементами мовленнєвої та розумової діяльності тощо.

Отже, під математичними здібностями розуміємо індивідуально-психологічні особливості, що відповідають вимогам навчальної математичної діяльності та обумовлюють успішність швидкого, легкого та глибокого оволодіння знаннями, вміннями та навичками в галузі математики.

Математичні здібності – це складна структура, яка відрізняється наступними характеристиками [54]:

1. Здатність сприймати математичну інформацію: здатність сприймати формалізовані математичні об'єкти, а саме, математичні поняття, формулювання аксіом, докази математичних теорем, зміст математичних завдань тощо. Встановлено, що під час вирішення математичних завдань учні по-різному сприймають вже, навіть, «умову» завдання: більшість здатна правильно сприймають лише елементи завдання, менша частина – бачить речі комплексно та роль кожного елемента у комплексі. Окремі учні

найкраще сприймають окремі елементи, важко – комплекс в цілому. Невстигаючі учні здатні до сприйняття лише числового матеріалу завдання.

2. Здатність бути уважним, а під час вирішенні завдань та сприйнятті доказів – здатність до зосередження уваги. Для сприйняття складних завдань неможливо обійтися саме без концентрованої уваги.

3. Математичні здібності вимагають розвиненої математичної пам'яті. Така пам'ять, як і увага, є структурним складником математичних здібностей. Математична пам'ять є узагальненою пам'яттю на математичні відношення, схеми міркувань і доказів, методи розв'язання задач та підходи.

Математично здібні учні запам'ятовують, в основному, узагальнені та згорнуті структури. Таке запам'ятовування є корисним, дозволяє не завантажувати мозок запам'ятовуванням дрібниць і швидко «витягувати» з пам'яті необхідні відомості. У деяких випадках немає необхідності запам'ятовувати всі кінцеві результати, іноді простіше запам'ятати перебіг міркувань. Так, при вивченні тригонометричних функцій та їх перетворень формули для функцій подвійного та половинного аргументу простіше виводяться, ніж заучуються. А ось формули для суми та різниці синусів та косинусів краще завчити.

4. Математичні здібності потребують сформованої та розвиненої уяви. Головна функція уяви полягає в ідеальному представленні результату діяльності до того, як його буде досягнуто реально, у передчутті того, що ще не існує. Прикладом може бути просторова уява, наприклад уявлення графіка функції. Творча уява полягає у самостійному створенні нових образів, що втілюються в оригінальні продукти наукової, технічної, художньої діяльності.

5. Сприйняття та збереження у пам'яті математичної інформації, що піддається певній переробці. Саме тому важливою є здатність до переробки математичної інформації. Ця здатність, сама по собі, виступає досить складною психічною функцією і містить у своїй структурі ряд здатностей:

а) здатність до логічного мислення у сфері кількісних відношень, просторових форм, математичних понять, суджень та висновків. Здатність до логічного мислення полягає у правильному застосуванні операцій (порівняння, аналіз, синтез, абстрагування, узагальнення, конкретизація, спеціалізація тощо) та законів мислення (закон тотожності, закон несуперечності, закон виключення третього, закон достатньої підстави);

б) здатність до швидкого та широкого узагальнення математичних понять та відносин. Для розвитку такої здатності бажано проводити узагальнення теоретичного та практичного вирішення математичних завдань;

в) здатність до згортання процесу математичних міркувань та системи відповідних операцій та розумових дій формується вже на ранніх етапах вивчення математики. Так, якщо при вивченні дій з додатними та від'ємними числами спочатку всі дії виконуються з розгорнутими записами, то після виконання вправ записи пропускаються, процес міркування згортається;

г) здатність до швидкої та вільної перебудови спрямованості розумового процесу, перемикання з прямого на зворотний хід думки, тобто до обіговості розумового процесу та до зміни напрямку думки, адже, переробка математичної інформації вимагає гнучкості розумових процесів.

б. Математична спрямованість розуму включає наступні компоненти:

а) потреба у повноцінній аргументації. У математиці немає «частково доведених» тверджень – або доведено, або не доведено. Завдання або вирішено, або не вирішено. Будь-який доказ у математиці має бути повністю аргументованим. У ряді інших наук можливі різні думки з того чи іншої приводу, на користь кожної думки можуть наводитися різні докази. У математиці не може бути подвійних стандартів: істина або доведена, або вона не істина;

б) потреба у повноті та дотриманні класифікації. Наприклад, цілі числа можна розділити на додатні, від'ємні та число 0. Пропустить число 0 – і класифікація буде неповною, адже 0 – невід'ємна складова цілих чисел.

Отже, розвинуті математичні здібності особистості сприяють формуванню особливого стилю мислення, який характеризується дотриманням певної формально-логічної схеми міркування. Ця схема суворо вимагає правильності перебігу думки, вірних узагальнень тощо. Характерним залишається лаконізм, прагнення знаходити найкоротший логічний шлях до мети. Прослідковується чітке відокремлення ходу міркувань, мислення. Це виявляється і у розстановці заголовків і підзаголовків, і у поділі доказів теорем на окремі частини, і у вирішенні математичних завдань. Важливим є точність символіки – математичної мови. Недотримання встановленої символіки, застосування різних символів для позначення одного і того ж математичного об'єкта, відношення завжди призводить до плутанини, втрати сенсу математичних записів, зокрема, при вирішенні завдань. Наприклад,  $S$  – площа,  $s$  – відстань,  $R$  – радіус описаного кола,  $r$  – радіус вписаного кола,  $a$  – пряма,  $A$  – точка тощо [54, с. 125].

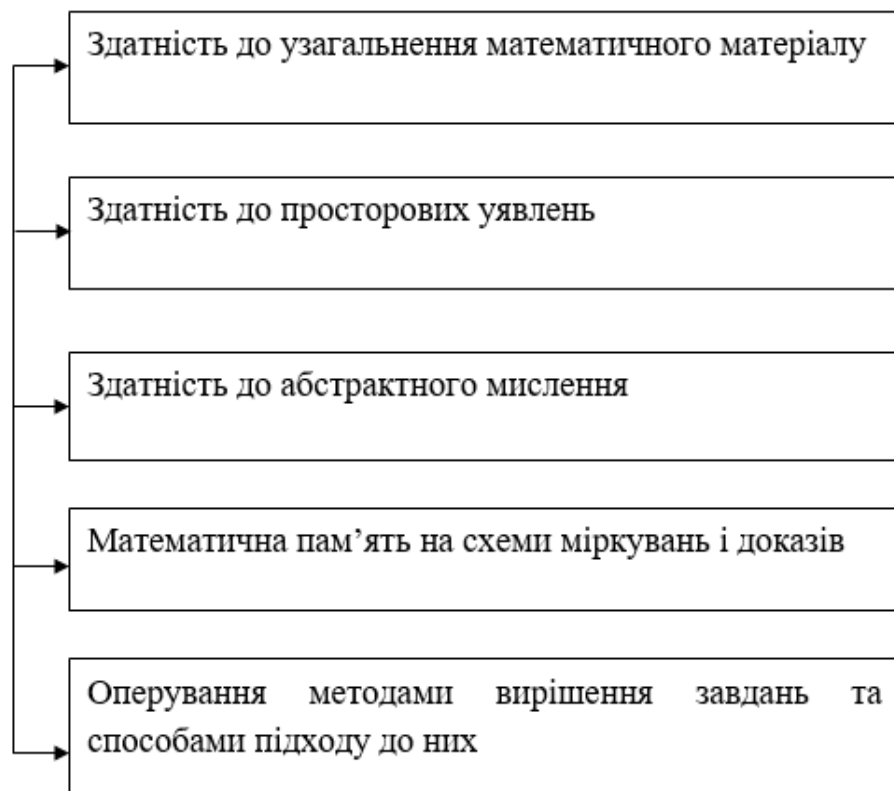


Рис. 1. 2. Компонети математичних здібностей (за Н. Тарасенковою, І. Акуленко, І. Лов'яною, З. Сердюк) [54, с. 124]

Слід зазначити, що у структурі математичних здібностей обов'язковим є швидкість розумових процесів, тобто перебіг розумових процесів, обмежений у часі; обчислювальні можливості; добра пам'ять на числа та формули; здатність наочно представляти абстрактні математичні поняття та відносини; здатність до просторових уявлень (див. рис.1.2.) [54, с.126].

На основі аналізу праць [23; 28; 46; 48], виділено узагальнені компоненти математичних здібностей:

- здатність до формалізації математичного матеріалу, до відділення форми від змісту, до абстрагування конкретних кількісних відносин, просторових форм та оперування формальними структурами відносин та зв'язків;

- здатність узагальнювати математичний матеріал, вичленовувати головне, відходячи від несуттєвого;

- здатність до оперування числовою та знаковою символікою;

- здатність до «послідовного, правильно розчленованого логічного» міркування», пов'язаного з потребою в доказах, обґрунтуванні, висновках [48];

- здатність скорочувати процес міркування, мислити згорнутими структурами;

- здатність до оборотності розумового процесу (перехід із прямого на зворотний хід думки);

- гнучкість мислення, здатність до перемикання від однієї розумової операції до іншої, свобода від «сковуючого» впливу шаблонів та трафаретів;

- математична пам'ять: можна припустити, що її характерні риси також впливають з особливостей математичної науки, що це пам'ять на узагальнення, формалізовані структури, логічні схеми тощо;

- здатність до просторових уявлень, яка безпосередньо пов'язана із геометрією.

Якщо під математичними здібностями розуміти всі особистісні та психологічні характеристики людини, то для успішного оволодіння

математичною діяльністю необхідно виділити наступні моменти: загальні передумови, необхідні для успішної діяльності (старанність, наполегливість, працездатність), розвинена довільна пам'ять та увага, інтереси та схильності займатися певною діяльністю (загальні та спеціальні математичні здібності). Отже, аналіз наукової літератури дозволяє висновити про різноманітність аспектів щодо визначення сутності поняття математичних здібностей та шляхів розвитку математичних здібностей учнів ЗЗСО.

## **1. 2. Особливості розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку ЗЗСО**

Сучасна освіта спрямована на формування та розвиток усебічно розвиненої особистості дитини. Навчання математиці, як і будь-якому іншому предмету, має вирішувати головні завдання освітнього процесу ЗЗСО. Розвиток математичних здібностей учнів закладів загальної середньої освіти – одна з особливо актуальних та назрілих на сьогодні проблем.

Спираючись на предмет нашого дослідження зауважимо, що математичні здібності виявляються у тому, з якою швидкістю, наскільки глибоко і наскільки міцно учні засвоюють математичний матеріал. Це найлегше проявляється під час вирішення математичних завдань. Про швидкість можна судити за кількістю завдань, вирішених учнем за певний відрізок часу, а також за часом, який потрібний для вирішення одного завдання. Міцність засвоєння математичного матеріалу встановлюється за результатами так званих «відстрочених перевірок», що виявляють ту частину завдань, яку учень може вирішити сьогодні. Глибина засвоєння математичного матеріалу визначається тим, чи вміє учень спроектувати на власні потреби матеріал, пояснений раніше вчителем. Кожна з названих характеристик (швидкість, глибина, міцність) не є обов'язковим та єдиним показником розвинених математичних здібностей учнів ЗЗСО. Але якщо хоча б одна з них представлена достатньою мірою, то можна стверджувати

про існування в дитини математичних здібностей. «Піки» розвитку математичних здібностей учнів фіксуються у випадках, коли виявляються яскраві ознаки наявності всіх трьох зазначених характеристик.

М. Пихтар виокремлює основні показниками гнучкості мислення математично здібних учнів середнього шкільного віку: доцільне варіювання способів математичних дії; легкість перебудови математичних знань, умінь та навичок відповідно до змінених умов; легке перемикання від одного способу математичної діяльності до іншого [46].

В. Наволокова та В. Андрєєва зауважують, що розв'язання математичних завдань передбачає певний рівень розвитку математичних здібностей учнів. Розрізняють як звичайні «шкільні» здібності до засвоєння математичних знань, до їх репродукування та самостійного застосування, так і творчі математичні здібності, пов'язані із самостійним створенням оригінального продукту, який має суспільну цінність. Так звані «шкільні» здібності – це здатність до узагальнення математичних об'єктів, відносин, процесів. Учням необхідно порівняти «подібне», виконати особливі вправи, а вчителю – звернути їхню увагу на той чи інший математичний факт. І лише після виконання низки вправ, за допомогою вчителя, вдається сформулювати загальне правило. Наприклад, після виконання кількох прикладів виду  $3 \times 5 = 5 \times 3$  учні роблять висновок, що від зміни місць множників добуток не змінюється [23, с. 150].

Математично здібні учні ЗЗСО здійснюють самостійне узагальнення з урахуванням аналізу певного явища. Кожне конкретне завдання сприймається як приклад з певного класу однотипних завдань. Наприклад, рівняння  $3x - 2 = 5x + 8$  – це лінійне рівняння, а рівняння  $\sin(x + \dots) = \dots$  відноситься до вирішення найпростішого тригонометричного рівняння. Здібними учнями досить швидко виробляється загальний алгоритм розв'язання завдань цього типу. Вони узагальнюють, знаходять суттєве і спільне у різних математичних об'єктах. Узагальнюють методи розв'язання, принципи підходу до розв'язання задач, знаходять рішення нестандартних задач.

Спостерігається також здатність до згортання процесу математичного міркування та системи відповідних дій. При багаторазовому вирішенні однотипних завдань окремі етапи розумового процесу скорочуються і перестають усвідомлюватись, але, коли треба, учень може їх розгорнути. Математично здібні учні ЗЗСО вирішують завдання синтетичним методом, а «звичайним» учням необхідний повний аналіз їх вирішення. Відбувається поступове випадіння окремих ланок міркування. Таким чином, при вирішенні завдань математично здібні учні швидко переходять до мислення «згорнутими структурами», де «проміжні» ланки випадають. Психологи відзначають, що у таких учнів встановлюється пряма асоціація між усвідомленням завдання та виконанням системи дій й між усвідомленням завдання та усвідомленням результату. У математично здібних учнів середнього шкільного віку ЗЗСО згорнуті асоціації встановлюються швидко.

Закцентуємо увагу на обіговості розумового процесу в математичному міркуванні учнів середнього шкільного віку як здатності до швидкого та вільного перемикавання з прямого на зворотний хід думки. Тут варто виділити такі процеси: встановлення двосторонніх асоціацій; обіговість розумового процесу в міркуванні, зворотний напрямок думки від результату продукту до вихідних даних. Прикладами можуть бути перехід від прямої теореми до оберненої, розв'язання задачі різними способами, використання будь-якої формули зліва направо, і навпаки тощо.

Відомо, що учні ЗЗСО з розвиненими математичними здібностями мають здатність швидко перебудовувати спрямованість розумового процесу з прямого на зворотний хід думки, вільну обіговість процесу міркування. Зв'язки, що формуються при цьому, відразу набувають зворотного характеру.

Отже, виявлення та розвиток математично здібних учнів – одне з основних завдань учителя ЗЗСО. І тому необхідно підтримувати правильне середовище для можливості розвитку та навчання математично здібних учнів.

С. Іванова виділяє [26] такі компоненти математичних здібностей учнів середнього шкільного віку: алгоритмічний, логічний та геометричний. Під алгоритмічним компонентом розуміють здатність до роботи з алгебраїчним матеріалом (здатність застосувати відомі алгоритми та методи в конкретній ситуації; здатність звести завдання до виконання елементарніших дій; здатність довести до кінця намічений план рішення, застосовуючи аналітичні методи).

Логічний компонент здібностей розглядають як «мистецтво послідовного, правильно організованого логічного міркування» та передбачає дослідження окремих випадків у розробці схеми вирішення задачі, у проведенні доказових міркувань, що використовують, зокрема, прийом доказу від «противного», звернення до контрприйому, просування при вирішенні задач «від кінця на початок» тощо [26].

Геометричний компонент включає здатність до роботи з геометричним матеріалом (здатність отримувати необхідну інформацію із заданої конфігурації шляхом її аналізу або доповнення, включаючи пошук ідеї вирішення задач за допомогою малюнків, моделей фігур або уявного мислення; здатність до перекладу мовою геометрії завдання та звернення до спрощених образів у процесі вирішення (наприклад, вирішити задачу зі стереометрії, максимально наблизивши хід міркувань до малюнків з планіметрії).

Отже, процес розвитку математичних здібностей учнів вимагає від учителя великого професіоналізму. Для забезпечення ефективності своєї діяльності педагоги повинні володіти різноманітними прийомами, методами та технологіями навчання.

Для розвитку математичних здібностей учнів велике значення мають такі види діяльності як дослідна та проектна діяльність, позакласна та позаурочна діяльність, використання практико-орієнтованих завдань (наскрізних ліній), розв'язування задач із логічним навантаженням тощо (див. рис. 1.3).

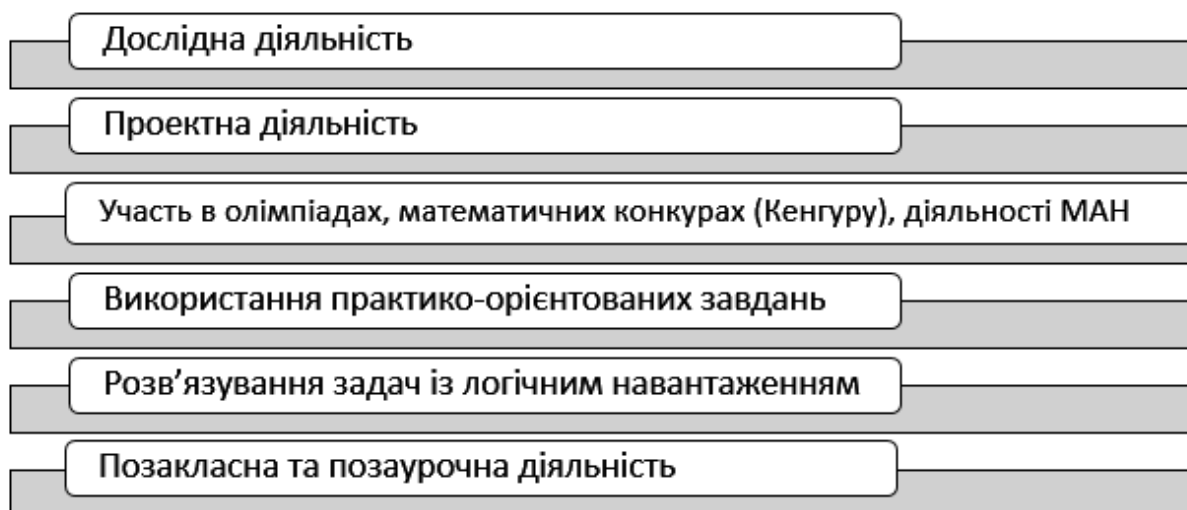


Рис. 1.3. Види діяльності з розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку

Дослідна діяльність у навчанні, зокрема і в математиці, полягає у самостійному вирішенні учнями складних завдань пізнавального та практичного характеру. Як наслідок, учні середнього шкільного віку не лише шукають способи вирішення поставлених проблем, а й прагнуть до самостійної їх постановки та до визначення цілей своєї діяльності. Завдання вчителя у дослідній діяльності – створити умови, за яких учень міг би застосовувати нові знання в нестандартній ситуації. Для цього важливо певним чином підібрати систему вправ.

Урок математики, на якому застосовується дослідна діяльність, містить такі навчальні елементи як ситуація успіху (учням пропонуються математичні завдання, які кожен учень вирішує без особливих труднощів), ситуація ускладнення (учням пропонуються математичні завдання, схожі на попередні, але вирішити їх до кінця діти не можуть, тому що не мають достатніх знань), постановка навчальної проблеми (учні, усвідомивши проблему, промовляють її, кажуть яких знань їм не вистачає, для того щоб вирішити це математичне завдання, висувують гіпотези про можливі шляхи вирішення задачі), вирішення навчальної проблеми, презентація проекту

дослідної діяльності членами кожної групи (за умов кооперативного навчання) [42, с. 68].

Найбільш складна проблема, яку доводиться вирішувати вчителю при організації дослідної діяльності в ЗЗСО – знаходити цікаві перспективні теми для дослідження, тобто теми, що обіцяють цікаві практичні результати.

Важливо формувати в математично здібних учнів інтерес до дослідження, тим самим озброюючи їх методами науково-дослідної діяльності. Організовувати роботу дітей так, щоб вони ненав'язливо опановували процес дослідження з математики, послідовно проходячи його основні етапи. Надалі учні набувають найпростіших знань, умінь і навичок, необхідних для виконання дослідницької роботи, виконують дослідницькі завдання математичного характеру. З кожним роком форми дослідницької роботи варто ускладнювати, збільшуючи їх обсяг. Математично здібним учням варто пропонувати реферативні роботи, міні-дослідження, математичні проекти, міні-експерименти тощо. Так само можна об'єднати кілька уроків з однієї теми, наприкінці вивчення якої можна замість звичайної контрольної роботи дати учням дослідне математичне завдання, яке може бути проектом. Також особливу зацікавленість викликають інтегровані уроки (з декількох предметів певного, наприклад, природно-математичного циклу). Учні самі вибирають цікаву для них тему для дослідження і працюють над нею. Роботи, як правило, мають прикладний характер, тому що учнів насамперед цікавить практичне значення теми, що вивчається [50, с. 55]. Таким чином організовується і проводиться систематична роботи з розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку з акцентом на дослідну діяльність.

Вочевидь, як навчальну так і позанавчальну діяльність варто налаштувати для розвитку математичних здібностей учнів ЗЗСО. Стандарти НУШ із застосуванням наскрізних ліній вимагають запровадження діяльнісного підходу, основою якого є висока пізнавальна активність учнів. Завдяки добре продуманій позакласній діяльності, яка є невід'ємною

частиною освітнього процесу закладу освіти, знання, вміння та навички, отримані на уроках математики розвиваються, розширюються, поглиблюються і, зрештою, знаходять практичне застосування.

Найбільш важливими завданнями позакласної роботи з математики, як зазначає Н. Тарасенкова [54, с. 129], є пробудження та розвиток сталого інтересу учнів до математики; розширення та поглиблення знань школярів з програмного матеріалу; розвиток математичних здібностей та мислення у учнів базової школи; розширення та поглиблення уявлень підлітків про практичне значення математики в навколишньому світі; розширення та поглиблення уявлень дітей про культурно-історичну цінність математики, про роль провідних учених-математиків у розвитку світової науки; здійснення індивідуалізації та диференціації; різнобічний розвиток особистості тощо.

Позакласна і позаурочна робота з математики може ґрунтуватися на різноманітних видах і формах. Проведення будь-якого позакласного заходу потребує серйозної та ретельної підготовки. Педагогічно виправдано залучення до таких заходів батьків учнів, наприклад, як уболівальників, так і консультантів. Не варто захоплюватися якоюсь однією формою роботи, так як кожній з них притаманні свої переваги та недоліки, свої можливості з розвитку математичних здібностей школярів. На практиці часто всі види робіт тісно пов'язані між собою.

Навчання з використанням практико-орієнтованих завдань з математики призводить до більш міцного засвоєння інформації, адже виникають асоціації з конкретними діями і подіями. Такі завдання викликають підвищений інтерес учнів до математики, сприяють удосконаленню навичок допитливості, пошукової активності та розвивають математичні здібності школярів. Дітей захоплює процес пошуку шляхів вирішення математичних завдань. Вони отримують можливість розвивати логічне та асоціативне мислення.

Застосування практико-орієнтованих завдань забезпечує розвиток математичних здібностей учнів: уміння сприймати і переробляти інформацію, робити висновки за допомогою образного та аналітичного мислення, вміння застосовувати отримані знання для аналізу математичних явищ, розкриття ролі математики в сучасній цивілізації [31].

Підкреслимо, заклад освіти має поступово привчати учнів долати труднощі не лише у фізичній, а й в інтелектуальній праці. Діти повинні розуміти саму сутність інтелектуальної праці, яка полягає у напрузі розумових зусиль, у проникненні у різноманітні складнощі та тонкощі, деталі та протиріччя речей, фактів, явищ. Не можна допускати, щоб все давалося учням легко, щоб дитина не знала, що таке складнощі. Діти мають саме у розумовій праці відчувати, що таке «важко» [54, с. 130]. Якщо дитині в навчанні все дається легко, у неї постійно виховується лінь думки, яка формує у неї легковажне ставлення до життя. Лінь думки розвивається найчастіше у здібних дітей, якщо процес вчення не відкриває перед ними посильних труднощів.

Особливості розвитку математичних здібностей учнів ЗЗСО:

- виховання трудових інтересів, трудових звичок і потреб діяльності;
- організація цільового навчання для формування стійкого інтересу до вивчення предмету математики, яке своєчасно поєднується з практичною діяльністю;
- організація творчої виховної діяльності учнів ЗЗСО;
- створити хорошу психологічну обстановку (позитивні емоції, постійне заохочення, високі показники результатів, турбота про близьких, підтримка колективу, зразки для наслідування з боку вчителів, сімейний мікроклімат, відповідні фізичні умови тощо);
- використання вчителями нестандартних завдань.

Отож, майстерність розвитку математичних здібностей учнів полягає у тому, що дитина уважно слухає вчителя, запам'ятовує, думає, міркує тощо. Якщо вчителю вдалося цього досягти, то дитина збереже у пам'яті все, що

пробудило інтерес. Це здійснюватися шляхом розвитку потреби пізнання – допитливості, зацікавленості. Процес навчання, в цілому, та розвитку математичних здібностей, зокрема, може стати для учнів цікавою, захоплюючою справою, якщо він цілеспрямований, унормований, послідовний та систематичний.

### **Висновки до першого розділу**

Учнів закладів загальної середньої освіти з розвиненими математичним здібностями вирізняє вміння вловити порядок, у якому мають бути розташовані елементи; уміння провадити математичні доведення; наявність математичної інтуїції та напруженої уваги; здатність до запам'ятовування математичних символів тощо.

Під математичними здібностями розуміємо індивідуально-психологічні особливості, що відповідають вимогам навчальної математичної діяльності та обумовлюють успішність швидкого, легкого та глибокого оволодіння знаннями, вміннями та навичками в галузі математики. Дослідники підкреслюють, що не існує єдиної яскраво вираженої математичної здібності – це сукупна характеристика, у якій відбиваються особливості формування та розвитку психічних процесів, особливості сформованості математичної пам'яті, процес вирішення завдань, способи доказів, логічних міркувань тощо.

Математичні здібності вирізняються здатністю сприймати математичну інформацію, здатністю до зосередження уваги, розвиненою математичною пам'яттю, сформованою та розвиненою увагою, сприйняттям та збереженням у пам'яті математичної інформації, математичною спрямованістю розуму.

Серед найважливіших компонентів математичних здібностей виділяються специфічна здатність до узагальнення математичного матеріалу, здатність до просторових уявлень, здатність до абстрактного мислення. Деякі

дослідники виділяють також математичну пам'ять на схеми міркувань і доказів, методи вирішення завдань та принципи підходу до них.

У структурі математичних здібностей обов'язковим є швидкість розумових процесів, тобто перебіг розумових процесів, обмежений у часі; обчислювальні можливості; добра пам'ять на числа та формули; здатність наочно представляти абстрактні математичні поняття та відносини; здатність до просторових уявлень

Процес розвитку математичних здібностей учнів вимагає від учителя великого професіоналізму. Для забезпечення ефективності своєї діяльності педагоги повинні володіти різноманітними прийомами, методами та технологіями навчання. Для розвитку математичних здібностей учнів велике значення мають як дослідна та проєктна діяльність, так і позакласна та позаурочна діяльність, використання практико-орієнтованих завдань, розв'язування задач із логічним навантаженням тощо.

## РОЗДІЛ 2

### ОРГАНІЗАЦІЯ ТА ЗДІЙСНЕННЯ ЕМПІРИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

#### 2. 1. Етапи та логіка дослідження

Перша частина роботи дозволила розглянути теоретичні основи розвитку математичних здібностей учнів закладу загальної середньої освіти. Досліджена та опрацьована нормативно-правова, психолого-педагогічна, науково-методична та фахова література. Підходи до розуміння виокремленої проблеми, її значення дозволили говорити про її актуальність та значущість. Специфіка проблеми розвитку математичних здібностей учнів закладу загальної середньої освіти визначила напрям практичної частини дослідження. Зазначимо, що вважаємо за доцільне перевірити окремі компоненти математичних здібностей, виокремлених у параграфі 1.1.

Метою параграфу є розробка та опис логіки дослідження з діагностування стану розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку. З цією метою нами розроблено, сплановано та системно реалізовано роботу зі збору емпіричних даних, їх обробки, опрацювання, роз'яснення та аналізу. Відтак, презентовано діагностичний інструментарій (авторські методики, тести тощо) для виявлення стану розвитку математичних здібностей учнів закладу загальної середньої освіти [3; 13; 23].

Під емпіричним дослідженням слід розуміти збір фактів різними методами, первинне узагальнення, опис дослідних даних, систематизацію і класифікацію. Зміст емпіричного дослідження спрямований на об'єкт дослідження та відбувається на основі методів порівняння, виміру, спостереження, експерименту, аналізу. Проблеми емпіричних наукових досліджень у педагогіці відображено у працях В. Моляко, О. Музики та ін. Адаптації різних методик та специфічних досліджень висвітлено у наукових

працях А. Вишини, І. Загурської, В. Климчука, Н. Портницької, О. Савченко, І. Тичини та інших авторів.

Емпіричне наукове дослідження полягає у вивченні фактів і закономірностей, встановлених шляхом узагальнення і систематизації результатів, отриманих завдяки спостереженням і дослідженням. Результати дослідження повинні бути валідними – спроектованими, спрогнозованими. Будь-яке дослідження передбачає вимірювання - визначення числового значення певної величини за допомогою одиниці виміру. Основними елементами вимірювання найчастіше бувають: об'єкт, еталон, вимірювальні прилади, методи вимірювання тощо.

Наукові знання, отримані на такій основі, називаються емпіричними, а їх результати фіксуються органами чуття або приладами, які займають їх місце і дають уявлення щодо досліджуваних явищ.

Емпіричне дослідження повинно відповісти на емпіричні питання, які мають бути визначені згідно чітких термінів. Часто дослідники мають певну теорію щодо предмета, на якому вони проводять дослідження. На основі цієї теорії робляться певні припущення або передбачення. На основі цих припущень прогнозуються конкретні події. Ці прогнози і припущення можна перевірити відповідними діями. На основі отриманих результатів підтверджуються або спростовуються раніше висунуті теорії.

Більшість з емпіричних досліджень базуються на уявленнях про те, що в основі творчої спрямованості людини лежить система її особистісних цінностей, серед яких прийнято виділяти власне особистісні цінності і, зрештою, – суб'єктні цінності – ті, які враховують моральні пріоритети та діяльнісні можливості людини. Саме ці суб'єктні цінності безпосередньо регулюють творчу діяльність людини і призводять до розвитку здібностей [23, с. 11].

Зауважимо, що точний аналіз даних за допомогою стандартних статистичних методів у наукових дослідженнях має вирішальне значення для визначення достовірності емпіричного дослідження. В ідеалі емпіричне

дослідження надає емпіричні дані, які потім можна аналізувати на статистичну значущість.

До групи емпіричних методів дослідження входять: спостереження, інтерв'ю, анкетування, тести, рейтинги, дослідження продуктів дослідницької діяльності (письмові, графічні, творчі та контрольні роботи), дослідження та узагальнення педагогічного досвіду, навчальні дослідження.

Завдання дослідження мають дати уявлення про те, які кроки слід послідовно зробити для розв'язання поставленої проблеми та досягнення мети. Оптимальна кількість завдань у дослідженні – чотири-п'ять. Опис, розроблення, обґрунтування, уточнення, систематизація, розвиток, доповнення, удосконалення – це основні завдання дослідження.

Відповідно до мети та завдань дослідження розроблено план емпіричного дослідження, який включає наступні етапи: підготовчий, власне діагностичний, інтерпретаційний (див. табл. 2.1). Етапи дослідження тісно взаємопов'язані між собою, кожен має свою мету, зміст і відповідні результати.

*Таблиця. 2.1*

Етапи емпіричного дослідження проблеми розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку ЗЗСО

№ з/п	Назва етапу	Зміст етапу
1.	Підготовчий	Вивчення стану, задач і робочої мети дослідження, пошук, адаптація чи розробка методик.
2.	Діагностичний	Збирання фактичних даних за допомогою різних методів, що забезпечують достовірність висновків.
3.	Інтерпретаційний	Кількісна обробка даних дослідження, визначення середніх величин, побудова графіків, діаграм . Обробка даних і формування висновків.

Першим (підготовчим) етапом емпіричного дослідження передбачено пошук методик, розробка та адаптація діагностичного інструментарію, визначення часу і порядку проведення дослідження, здійснення вибірки тощо.

Дослідження організовано та проведено в Олександріївському закладі загальної середньої освіти Чорноморської міської ради Одеського району Одеської області. Кількість респондентів – 60 учнів 9-их класів.

На підготовчому етапі дотримувались таких рекомендацій:

1. Необхідно створити сприятливу емоційну атмосферу.
2. Слід уникати використання слів «тест», «методика», «іспит», «діагностика» оскільки тривожна, напружена ситуація блокує свободу самовираження.
3. Не варто збільшувати час на виконання.
4. Слід уникати прикладів та ілюстрацій можливих зразків відповідей. Це зменшує оригінальність, а в деяких випадках і кількість відповідей. Не варто надавати розгорнутих консультацій та рекомендацій.

Другий (діагностичний) етап призначено для безпосереднього проведення емпіричного дослідження та збору даних щодо стану розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку закладу загальної середньої освіти.

Третім (інтерпретаційним) етапом дослідження визначено кількісний і якісний аналіз даних з наступним розтлумаченням отриманих результатів щодо стану розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку ЗЗСО.

Відповідно до мети і завдань дослідження нами було обрано та адаптовано наступні методики:

- 1) Методика «Діагностика аналітичних математичних здібностей» (автор Р. Кеттелл).
- 2) Методика У. Ліппмана «Логічні закономірності».
- 3) Інтелектуальний тест Г. Айзенка (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна).

4) Опитувальник для виявлення рівнів сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна).

Зауважимо, що вибір та адаптація правильного діагностичного інструментарію, що відповідає об'єкту, предмету, меті та завданням дослідження, формування адекватної репрезентативної вибірки, обов'язкове дотримання правил та вимог при проведенні емпіричного дослідження (кількість респондентів, час, правила проведення, порядок упровадження тощо) сприяє точній та правильній реалізації поставлених завдань дослідження.

Відбір адекватного психодіагностичного інструментарію, що релевантний предмету дослідження, формування репрезентативної вибірки, дотримання вимог щодо проведення психодіагностичного обстеження (час, умови, порядок застосування методик) дозволили адекватно реалізувати поставлені дослідницькі завдання.

## **2. 2. Методики здійснення емпіричного дослідження**

Проаналізуємо детальніше обрані методики здійснення емпіричного дослідження проблеми розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку закладів загальної середньої освіти.

Методика «Діагностика аналітичних математичних здібностей» (автор Р. Кеттелл) [61] (див. додаток А).

Методика призначена для діагностики аналітичних математичних здібностей школярів. Аналітичні математичні здібності належать до академічних, тобто, навчальних. Насамперед, вони дозволяють людині краще засвоювати навчальний матеріал в цілому та математичний матеріал, зокрема. Аналітичні математичні здібності тісно корелюють з показником IQ, і тому більшість тестів на IQ включають субтести на визначення закономірностей в числових рядах. Власники високих показників з

розвиненими аналітичними математичними здібностями виявляють здатність до аналізу, синтезу, абстрагування та узагальнення у галузі математики. Власники низьких показників не виявляють ні здібностей, ні схильностей до аналізу, найчастіше роблять невиправдано легковажні вчинки.

Час: 15 хвилин.

Інструкція: стимульний матеріал методики складається з двадцяти числових рядів. Кожен ряд включає десять чисел, що знаходяться в певному взаємозв'язку між собою. Одне з десяти чисел пропущено (відзначено трикрапкою). У завдання випробуваного входить знайти це пропущене число.

Опрацювання результатів: за допомогою ключа потрібно порахувати кількість правильних відповідей. За кожну правильну відповідь нараховується один бал. Максимальний бал становить 20 (див. табл. 2.2).

*Таблиця 2.2*

Таблиця орієнтовних нормативів для різного віку учнів ЗЗСО

Вік	Низький рівень	Середній рівень	Високий рівень
12 - 13	0 - 4	5 - 9	10 - 20
14 - 16	0 - 6	7 - 11	12 - 20
17+	0 - 8	9 - 13	14 - 20

Методика У. Ліппмана «Логічні закономірності» (див. додаток Б) [62] направлена на вивчення рівня розвитку логічних закономірностей школярів. Зауважимо, що формування і розвиток логічних закономірностей є елементом у структурі математичних здібностей особистості.

Автор – американський психолог, учений та політик Уолтер Ліппман, творець поняття «стереотип» та «суспільна думка».

Методику можна застосовувати в індивідуальній та груповій роботі. Варто застосовувати у психології при аналізі математичних здібностей учнів,

у процесі профвідбору молоді на професії системних та фінансових аналітиків, економістів, маркетологів, менеджерів тощо.

Інструкція: надаються письмово ряди чисел. Необхідно проаналізувати кожний ряд та встановити закономірність його побудови. Учень повинен визначити два числа, які продовжили б ряд. Забороняється користуватися калькулятором, допоміжними записами. Час проходження - 15 хвилин.

Опрацювання результатів: результат оцінюється у залежності від кількості правильних відповідей та часу, витраченого на рішення. Відповідно до результату присуджуються бали – від 5 до 1 (див. табл. 2.3).

*Таблиця 2.3*

Обробка результатів методики У. Ліппмана для учнів ЗЗСО

Термін виконання завдання (хв, с)	Кількість помилок	Бали	Рівень розвитку логічного мислення
2 хв і менше	0	5	Дуже високий рівень розвитку логічного мислення
2 хв 10 с. – 4 хв 30 с	0	4	Хороший рівень, вище, ніж у більшості людей
4 хв 35 с. – 9 хв 50 с	0	3+	Хороший рівень більшості людей
4 хв 35 с – 9 хв 50 с	1	3	Середня норма
4 хв 35 с – 9 хв 50 с	2-3	3-	Низька норма
2 хв 10 с – 15 хв	4-5	2	Нижче середнього рівня розвитку логічного мислення
10 хв – 15 хв	0-3	2+	Низька швидкість мислення, «тугодум»
Більше 16 хв	Більше 5	1	Дефект логічного мислення в людини

Інтелектуальний тест Г.Айзенка (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна) (див. додаток В) призначений для оцінки різних аспектів розумової діяльності людини, а також розвиненості спеціальних здібностей у галузі математики [60] (див. додаток В).

Учням ЗЗСО подається ряд завдань (10 задач), які вони мають виконати впродовж 30 хвилин. За кожну правильну відповідь учні отримують 1 бал. За результатами виконання визначається рівень сформованості математичних здібностей (див. табл. 2.4).

*Таблиця 2.4*

Сформованість математичних здібностей учнів середнього шкільного віку за результатами методики Г. Айзенка.

Рівні	Початковий	Середній	Високий
Сума балів	2-4	5-8	9-10

Опитувальник для виявлення рівнів сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку (адаптовано: Т.Гарачук, С. Ільїна) (див. додаток Г).

Учням пропонується 35 хвилин для виконання завдань. Перевірка та обробка результатів здійснюється за ключем:

1. а) не розв'язано – 0 балів;  
б) розв'язано з помилками – 1 бал;  
в) розв'язано без помилок – 2 бали.
2. а) не розв'язано – 0 балів;  
б) розв'язано з помилками – 1 бал;  
в) розв'язано без помилок – 2 бали.
3. а) не розв'язано – 0 балів;  
б) розв'язано з помилками – 1 бал;  
в) розв'язано без помилок – 2 бали.
4. а) не розв'язано – 0 балів;

- б) розв'язано з помилками – 1 бал;  
в) розв'язано без помилок – 2 бали.  
а) не розв'язано – 0 балів;
6. б) розв'язано з помилками – 1 бал;  
в) розв'язано без помилок – 2 бали.  
а) не розв'язано – 0 балів;
7. б) розв'язано з помилками – 1 бал;  
в) розв'язано без помилок – 2 бали.  
а) не розв'язано – 0 балів;
- 8 б) розв'язано з помилками – 1 бал;  
в) розв'язано без помилок – 2 бали.  
а) не розв'язано – 0 балів;
9. б) розв'язано з помилками – 1 бал;  
в) розв'язано без помилок – 2 бали.  
а) не розв'язано – 0 балів;
10. б) розв'язано з помилками – 1 бал;  
в) розв'язано без помилок – 2 бали.

Відповідно до виконання визначаються рівні розвитку математичних здібностей учнів ЗЗСО (див. табл. 2.5.):

*Таблиця 2.5.*

Рівні сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку

Рівні	Початковий	Середній	Високий
Сума балів	0-3	4-7	8-10

У контексті дослідження розроблено рівні розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку закладу загальної середньої освіти:

1) високий рівень – в учня розвинуто математичні здібності, т. з. уміння точно виконувати завдання, самостійно виправляти помилки, учень виявляє зростаючий інтерес до виконання дослідницьких чи пошукових завдання математичного характеру, прагне постійно самовдосконалюватися, усвідомлює необхідність та виконує математичні завдання із задоволенням, уміло використовує різноманітні способи виконання завдань, творчо застосовує їх на практиці тощо.

2) середній рівень – учень виконує усі математичні завдання на належному рівні, але робить декілька дрібних помилок, які виправляє за допомогою вчителя; має достатні теоретичні знання з математики, окремі прогалини в знаннях долається певним рівнем активності, застосовує теоретичні знання на практиці тощо.

3) початковий рівень – в учня не сформовані теоретичні навички, а лише загальні математичні здібності, такі учні ніби теоретично володіють сутністю, методами виконання математичних завдань, але на практиці свої знання не вміють реалізовувати, не демонструють помітного інтересу чи зацікавленості завданнями математичного характеру, не прагнуть брати участь в математичних заходах та активностях тощо.

Таким чином, обрані методики забезпечать емпіричну частину дослідження, дозволять продіагностувати стан та визначити рівень розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку закладів загальної середньої освіти з урахуванням психологічних та вікових особливостей.

### **Висновки до другого розділу**

Метою нашого емпіричного дослідження є діагностика стану та розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку.

Відповідно до мети та завдань дослідження розроблено емпіричний план дослідження, що включає такі етапи: підготовка, діагностика,

інтерпретація. Різні етапи дослідження тісно пов'язані між собою, кожен має свою мету, зміст і відповідні результати.

Емпіричне дослідження розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку має такі етапи: підготовчий етап (пошук, адаптація та розробка діагностичного інструментарію); діагностичний етап (збір даних різними методами, щоб забезпечити достовірність висновків); інтерпретаційний етап (кількісна обробка даних дослідження, побудова таблиць та графіків).

Вибір та адаптація правильного діагностичного інструментарію, що відповідає об'єкту, предмету, меті та завданням дослідження, формування адекватної репрезентативної вибірки, обов'язкове дотримання правил та вимог при проведенні емпіричного дослідження (кількість респондентів, час, правила проведення, порядок упровадження тощо) сприяють точній та правильній реалізації поставлених завдань дослідження.

Дослідження проведено в Олександрійському ЗЗСО Чорноморської міської ради Одеського району Одеської області. Кількість респондентів - 60 учнів 9-х класів.

У дослідженні використано наступні методики.

1) Методика «Діагностика аналітичних математичних здібностей» (автор Р. Кеттелл).

2) Методика У. Ліппмана «Логічні закономірності».

3) Інтелектуальний тест Г.Айзенка (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна).

4) Опитувальник для виявлення рівнів сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна).

Виокремлений діагностичний інструментарій дозволив забезпечити емпіричну частину дослідження, продіагностувати стан та визначити рівень розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку на базі Олександрівського ЗЗСО Чорноморської міської ради Одеського району Одеської області.

## РОЗДІЛ 3

### МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ ШКОЛЯРІВ

#### 3.1. Аналіз результатів емпіричного дослідження

Метою емпіричного дослідження є вивчення стану розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку.

Діагностична робота проходила упродовж вересня-жовтня 2022–2023 н. р. на базі Олександрівського ЗЗСО Чорноморської міської ради Одеського району Одеської області за участю 60 учнів 9-х (9-Б та 9-В) класів.

На початку емпіричного дослідження (підготовчий етап) було проведено необхідну організаційну роботу. Для учнів були організовані ознайомлювальні он-лайн заняття, де школярі ознайомилися з умовами виконання методик, часом та необхідним інструментарієм.

Підкреслимо, що це забезпечило об'єктивність, результативність та прозорість перебігу дослідження, дозволило прийти до правильних висновків, визначити загальні закономірності процесу формування математичних здібностей учнів середнього шкільного віку.

Перша проведена методика – «Діагностика аналітичних математичних здібностей» (автор Р. Кеттелл). Дана методика дала змогу продіагностувати аналітичні математичні здібності школярів певного віку. При цьому нами зауважено, що, як правило, більшість тестів містять субтести на визначення закономірностей в числових рядах. Власники розвинених показників мають сильні аналітичні здібності і схильність до аналізу, синтезу, абстрагування та узагальнення математичної інформації. В той час як власники низьких показників не виявляють схильностей до аналізу. Методика Р. Кеттелла розрахована на 15 хвилин і містить стимульний матеріал з двадцяти числових рядів. Учень в процесі роботи повинен знайти в кожному ряді одне з пропущених чисел, а чисел в ряду маємо десять.

За допомогою ключа опрацьовано результати, пораховано кількість правильних відповідей. За кожен правильну відповідь нараховано 1 бал. Максимальний бал становив 20 балів. Виявлено, що низький рівень розвитку аналітичних математичних здібностей притаманний 20,0% школярів; середній – 63,3%, а високим рівнем володіють 16,7% респондентів. Результати діагностики аналітичних математичних здібностей за рівнями подано у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Результати діагностики аналітичних математичних здібностей  
школярів середнього віку (за Р. Кеттеллом) згідно рівнів

Учні 9-х класів ЗЗСО	Низький рівень	Середній рівень	Високий рівень
Кількість учнів (14-16 років)	12	38	10
У відсотках (%)	20,0	63,3	16,7

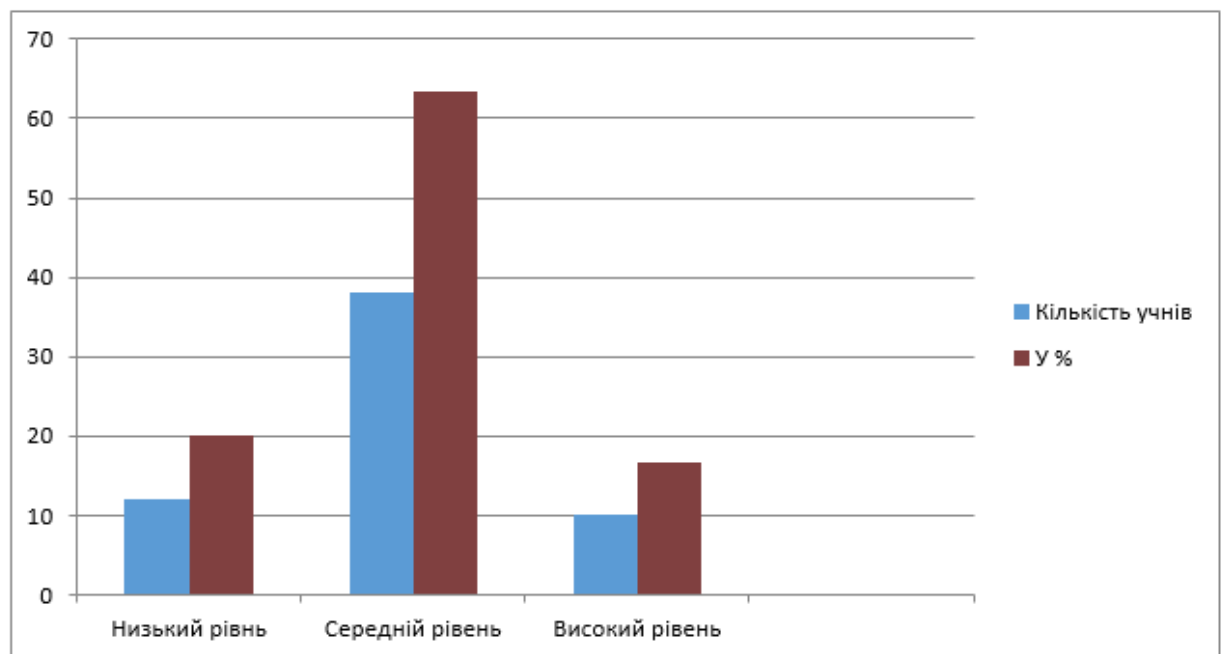


Рис. 3.1. Результати діагностики аналітичних математичних здібностей школярів середнього віку (за Р. Кеттеллом)

Наступною використано методика У. Ліппмана «Логічні закономірності».

Методика «Логічні закономірності» (автор – У. Ліппман) аналогічна за часовими межами до попередньої – 15 хвилин. Універсальність її полягає в тому, що проводиться вона як в індивідуальній роботі, так і в груповій. Зрозуміло, що важко уявити собі розвиток математичних здібностей без розвитку мислення логічного спрямування. У тесті учень повинен в кожному з представлених числових рядів знайти закономірність його побудови шляхом пошуку двох чисел, які продовжили б числовий ряд. Складність випробування полягає в тому, що ані калькулятором, ані допоміжними записами користуватися не можна – лише знання усного рахунку. Бали цього тесту нараховуються від одного до п'яти.

Результати методики показали у підсумку добрий і середній рівні розвитку логічного мислення учнів у 60,0 % респондентів (див. табл. 3.2).

*Таблиця 3.2*

Рівні розвитку логічного мислення за методикою У. Ліппмана

Рівні розвитку логічного мислення	Кількість учнів	У %
Дуже високий рівень розвитку логічного мислення	2	3,3
Добрий рівень, вище, ніж у більшості	9	15,0
Добрий рівень	15	25,0%
Середня норма	21	35,0%
Низька норма	7	11,7%
Нижче середнього рівня розвитку логічного мислення	3	5,0%
Низька швидкість мислення	2	3,3%
Дефект розвитку логічного мислення	1	1,7%

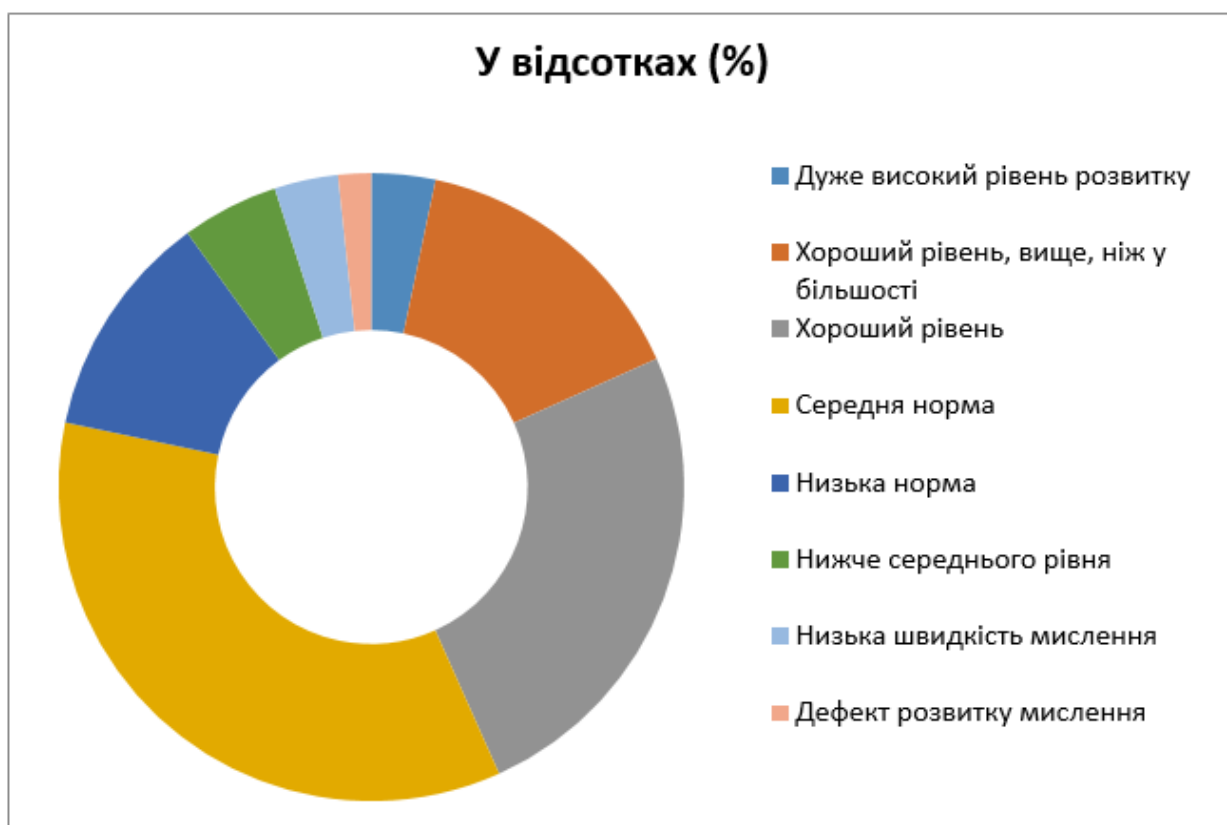


Рис. 3.2. Результати діагностики аналітичних математичних здібностей учнів середнього шкільного віку (за У. Ліппманом)

Інтелектуальний тест Г. Айзенка (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна) розрахований на вдвічі більший термін дослідження і становить 30 хвилин. При чому кожне наступне завдання складніше попереднього. Від початку діти налаштовані на те, що нема мети вирішити всі завдання. Затримуватись над незрозумілим завданням теж не варто, а інколи треба покладатись на особисту та математичну інтуїцію. Щоб дійти за визначений термін до кінця, треба проявити наполегливість.

Процес опрацювання результатів полягав у тому, що за кожну правильну відповідь (правильно виконане завдання) нараховувався 1 бал. За результатами 13,4% респондентів мають початковий рівень, 68,3% – середній рівень, 18,3% школярів притаманний високий рівень сформованості математичних здібностей (див табл. 3.3).

Таблиця 3.3

Результати інтелектуального тесту Г. Айзенка  
для учнів середнього шкільного віку

Учні 9-х класів ЗЗСО	Початковий рівень	Середній рівень	Високий рівень
Кількість учнів	8	41	11
У відсотках (%)	13,4	68,3	18,3

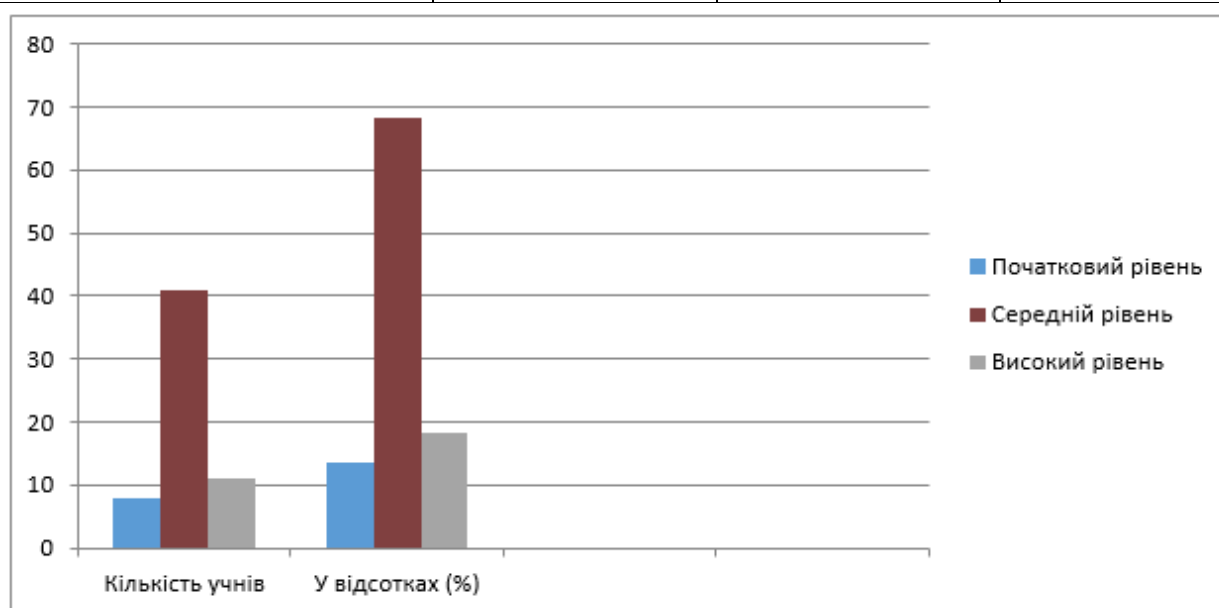


Рис. 3.3. Результати інтелектуального тесту Г. Айзенка (за рівнями)

Опитувальник для виявлення рівнів сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку (адаптовано: Т.Гарачук, С. Ільїна). Стосовно четвертої, найбільш знайомої для учнів дев'ятих класів, методики – це завдання на логіку і кмітливість. Тут діти орієнтувались набагато впевненіше і сміливіше, адже на додаткових та факультативних заняттях такі завдання – не новина.

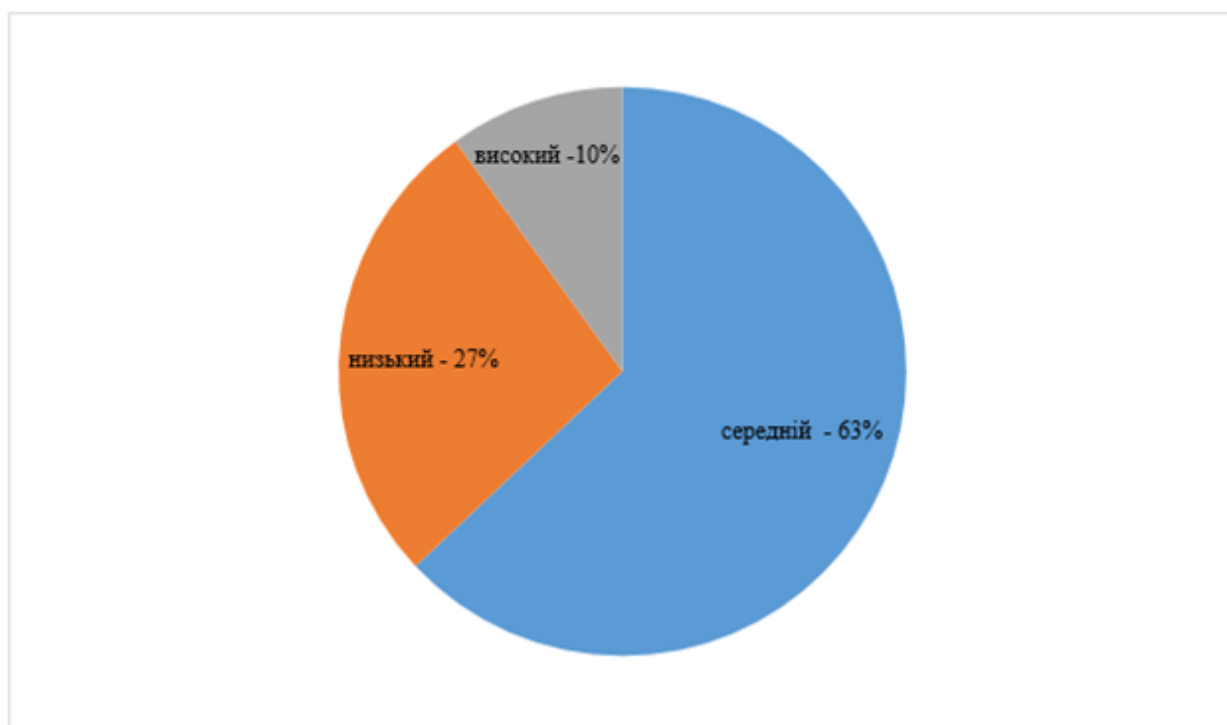
Результати опрацьовувалися наступним чином: не розв'язано завдання – 0 балів; розв'язано з помилками – 1 бал; розв'язано без помилок – 2 бали.

За отриманими результатами, низький рівень належить 27,0% учнів, середній – 63,0%, а високим рівнем сформованості математичних здібностей володіють 10,0% учнів середнього шкільного віку (див. табл. 3.4 та рис. 3.4).

Таблиця 3.4

**Результати виявлення рівнів сформованості математичних здібностей**

Учні 9-х класів ЗЗСО	Низький рівень	Середній рівень	Високий рівень
Кількість учнів	16	38	6
У відсотках (%)	27,0	63,0	10,0



**Рис. 3.4. Результати діагностики сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку**

Отже, проведене емпіричне дослідження засвідчило, що переважна більшість учнів 9-х класів закладу загальної середньої освіти мають середній або низький рівень розвитку математичних здібностей. Одночасно це є

приводом замислитись педагогічному складу закладу освіти щодо підвищення результативності своєї роботи шляхом удосконалення педагогічних форм і методів навчання математики. Відтак, вважаємо за доцільне у наступному параграфі запропонувати методичні рекомендації з розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку.

### **3. 2. Методичні рекомендації з розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку**

Математичні здібності слід розглядати як складне, інтегроване явище, і якщо мова йде про власне точну науку, то стисло спробуємо з'ясувати це поняття за допомогою формули: математичні здібності – це узагальнене, згорнуте та гнучке мислення учнів у сфері математичних відношень, знакової та числової символіки за наявності математичного складу розуму.

Перелічені особливості зумовлюють збільшення швидкості перероблення математичної інформації за рахунок узагальнення і згортання, що сприяє значній економії нервово-психичних сил. При цьому варто враховувати, що у кожного конкретного учня особливості мислення зумовлені своїми особливостями пам'яті, сприйняття та уваги.

І тут вже потрібно враховувати психологічні особливості учнів середнього шкільного віку у процесі розвитку математичних здібностей, а саме:

- 1) типи темпераменту, їх характеристики та особливості прояву і врахування в освітній діяльності;
- 2) властивості нервової системи учнів;
- 3) особливості домінуючої модальності учнів під час учбової діяльності;
- 4) відмінності роботи різних домінуючих мозкових півкуль;
- 5) різні прояви категорій інтелекту при навчанні.

Зауважимо, що темперамент – це важлива складова індивідуальності школяра. У зв'язку з цим, організовуючи цілеспрямовану роботу з розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку ЗЗСО, слід пам'ятати :

- не можна перебільшувати значення темпераменту, виправдовуючи відсутність елементарного самоконтролю;

- не варто також ігнорувати особливості типології дитини, адже саме цей фактор суттєво впливає на особливості освітнього процесу, взаємодію учнів з іншими, способи виходу із ситуацій стресового навантаження;

- життєво необхідно усвідомлювати формування вибору адекватних прийомів і стратегій взаємодії з учнями, які мають різні психологічні особливості;

- учитель повинен розуміти і особливості власного стану, який стиль діяльності стане для нього домінуючим і сформує компетентісноорієнтований підхід до професійних обов'язків.

Перейдемо до визначення властивостей нервової системи, які варто враховувати під час організації роботи з розвитку математичних здібностей школярів. Основними узагальненими властивостями нервової системи, які виділяють психологи та дослідники, прийнято вважати такі показники, як сила-слабкість та рухливість-інертність. Витривалість, працездатність, перешкодосталість до подразників визначає силу нервової системи. Якщо ми стикаємось із невисокою працездатністю на уроках математики, високою чутливістю та несталістю до достатньо сильних подразників, то це означає, що нервова система учня слабка.

Крім того, важливими чинниками є рухливість (швидкісні характеристики основних нервових процесів); інертність (протікання нервових процесів відбувається пригальмовано). Задача і вчителя, і самого учня - знаходити шляхи компенсації якостей, які заважають успішному розвитку математичних здібностей особистості.

Зауважимо, що важливе значення у процесі розвитку математичних здібностей належить сформованому типу ведучої модальності, т. з. ведучому каналу сприймання інформації (аудіальний, візуальний, кінестетичний).

Так, наприклад, візуалів бажано саджати за перші парти, адже вони мислять математичними образами, запам'ятовують малюнками та схемами. І, навіть, відповідаючи, ведуть себе так, ніби «бачать» відповідь: дивляться у стелю, примружуються, хмурять брови. Найбільшу ефективність має математична інформація у вигляді записів чи зображень, що власне і притаманне математичному образу мислення: сприйняття формул, графіків, розрахунків. Найбільш точну інформацію про розвиток математичних здібностей учнів-візуалів дають саме тести, анкетування. Візуали більш зацікавлені геометрією.

Що стосується аудіалів, то вони особливо успішні під час дискусій. Крім пояснень на дошці або у підручнику з математики, учні-аудіали потребують ще й точних усних вказівок. Розвиток їхніх математичних здібностей особливо яскраво проявляється під час усних пояснень та усних математичних задач, прийому «незакінченого речення», «ажурної пилки», діалогових технік, проговорювання матеріалу, рольових ігор тощо. Для таких учнів більш цікава алгебра, ніж геометрія. При розв'язанні алгебраїчних задач не помічено особливих труднощів.

Кінестетики орієнтуються перш за все на відчуття та інтуїцію. Вони мають розвинену просторову уяву, творче мислення, вміють встановлювати зв'язки між несумісними, на перший погляд, ідеями. Їм подобається робити щось руками, але вони дуже недбалі. Для таких дітей потрібні конкретні математичні посібники, наочність, роздатковий матеріал (картки, магніти на дошці, макети геометричних фігур, зразки геометричних форм, тренажери).

Отож, незалежно від того, як налаштована сенсорна система, який тип ведучої модальності чи канал сприймання інформації має дитина, кожному учню під час освітнього процесу потрібно допомогти набути нових знань,

умінь і навичок, у нашому контексті - організувати цілеспрямовану роботу з розвитку математичних здібностей особистості.

Вважаємо за доцільне проаналізувати відмінності у навчанні учнів середнього шкільного віку з різними домінуючими мозковими півкулями. «Лівопівкульні» допитливі, для них важливий сам процес засвоєння математичних знань, а основний мотив пізнання – можливість продовжити навчання, щоб досягти високих результатів. «Правопівкульні» постійно потребують самореалізації, усвідомлення свого місця у світі, постійної похвали і високої оцінки з математики. Але найбільш універсальними до сприйняття математичної інформації є «амбідекстри» - «рівнопівкульні». Учені вважають, що за такими людьми майбутнє і їхня кількість буде зростати.

У сучасному освітньому процесі ЗЗСО одним із засобів оптимізації навчання є, в першу чергу, «правильне» подання інформації. Адже саме воно, яке вкрай необхідне для правопівкульних, одночасно корисне й іншим. Тому, певно, останнім часом, основною, найбільш вживаною формою представлення матеріалу є презентація.

Вибираючи доцільні методи, прийоми, способи і засоби навчання і виявлення, передусім, математичних здібностей, потрібно враховувати категорії множинного інтелекту індивіда. У навчально-методичному посібнику (автор О. Папач) «Врахування психологічних особливостей старшокласників при викладанні природно-математичних дисциплін» виокремлено дев'ять категорій множинного інтелекту:

- лінгвістичний інтелект (словесний);
- логіко-математичний (розмірковування);
- просторовий інтелект (уява) ;
- кінестетичний інтелект (соматичні відчуття);
- музичний інтелект (ритм, мелодія);
- міжособистісний інтелект (підхоплення ідей інших);
- внутрішньо особистісний інтелект (глибоке занурення у себе);

- природничий інтелект(через навколишнє середовище);
- екзестинціальний інтелект (сенс життя).

Зазначимо, що процес розвитку математичних здібностей – довготривалий процес і результат цілеспрямованої роботи, а, відтак, – несистемне застосування пізнавально-розвивальних завдань не дасть очікуваного результату. Це означає, що цікаві, захопливі задачі необхідно пропонувати не самі по собі, а у певній системі при вивченні кожної теми з математики. Ця система повинна спрямовуватись як на інтенсивний загальний, так і на математичний розвиток учнів. Система пізнавальних задач для гнучкості і нестандартності мислення повинна збуджувати інтерес до розв’язання саме нестандартних їх видів; спиратися на знання та досвід учнів; враховувати розвиток психічних механізмів (пам’ять, увага, уява) та вікових особливостей учнів; будуватися на інтегративній основі; спрямовуватись на оволодіння наскрізними вміннями тощо. Отож, немає нездібних до математики учнів, є різні вікові, психологічні та індивідуальні особливості розвитку дитини та різні рівні розвитку в неї математичних здібностей.

Значний крок у методиці вивчення динаміки здібностей зроблений у дослідженнях науковців і викладачів Житомирського державного університету ім.І Франка. Методика опитування, розроблена цими вченими, є відкритою і передбачає врахування особливостей як самих запитань, так і способу їх постановки в залежності від особливостей вікового періоду; досліджуваної діяльності; характеру виявлених міжособистісних стосунків; нових завдань – з урахуванням попереднього дослідження.

Цінність цієї методики полягає в тому,що дитина через покрокову рефлексію та самооцінку діяльності та вмінь здатна свідомо впливати на процес своїх здібностей , і врешті решт, особистості.

Методика авторського колективу передбачає п’ять етапів:

- 1) індивідуальна бесіда – створення ситуації довіри і співробітництва.

Призначена проаналізувати успіхи і невдачі дитини у різних видах діяльності. Звісно, на перший план висувається аспект міжособистісних стосунків, тобто через призму ставлення інших людей до виявлення здібностей дитини;

2) заповнення спеціального бланку із зазначенням видів діяльності і вмінь. Акцент при цьому роблять на показниках, які розглядаються як творчі.

3) аналіз кількісних показників показує лише деякі тенденції, що супроводжують напрямки розвитку здібностей в певній групі дітей згідно їхніх вікових категорій;

4) аналіз та інтерпретація даних – порівняння показників кількох опитувань одного учня з метою виявлення напрямку розвитку здібностей. Диспропорція розвитку породжує рух, але цей рух може бути як в напрямку розвитку, так і в напрямку деградації здібностей. Наприклад, якщо дитина свідчить про те, що цікавиться багатьма видами діяльності, але не виділяє в них окремі дії, операції, то це свідчить про зверхність її досягнень і відсутність передумов для творчих стратегій. Інший приклад диспропорцій – дитина не цінує ті види діяльності, якими займалася раніше. І це привід для зміни її вектору розвитку. На цьому етапі вивчення динаміки здібностей можна вводити додаткові показники або використовувати стандартизовані методики, які розроблені для аналізу проблемних моментів. Для старшокласників, наприклад, буде особливо актуальною методика дослідження ціннісної єдності групи.

5) здійснення ціннісної підтримки.

Особливу увагу необхідно приділити: для підліткового віку - груповому соціально-психологічному тренінгу; для юнацького віку - тренінгам рефлексивності.

Підкреслимо, вищеописаний спосіб вивчення динаміки здібностей призначений саме для психологічного супроводу програм розвитку здібностей та обдарованості і містить два головних розділи: «Рефлексія здібностей» та «Соціальна рефлексія».

Наприклад, бланк «Рефлексія здібностей» містить наступні запитання:

1. Якими видами діяльності та вміннями ти володієш? Виділи ті, де проявляєш творчість.

2. Яких вмінь ти хотів би набути чи розвинути? Чому ?

3. Виділи окремі мислительні дії та операції. У найголовніших з них оціни ступінь розвитку.

4. Які мислительні дії та операції ти хотів би розвинути? Чому?

На цьому етапі дослідження варто приділити особливу увагу таким двом видам прояву дій підлітків, як імітація та інвенція (вигадка, винахід-лат). Інвенція – намагання підлітка відтворити певну дію вчителя і ця дія, зрозуміло, має відхилення від певного зразка, продемонстрованого педагогом.

Бланк «Соціальна рефлексія» містить такі основні питання:

1. Назви людей із свого оточення, оцінку яких ти хотів би змінити.

2. Які якості дозволяють тобі досягнути успіху?

3. Яких якостей ти хотів би набути чи розвинути ?Чому?

Цей етап дослідження ґрунтується на афіляції – потребі в спілкуванні, в створенні теплих, емоційно значимих стосунків у спільноті інших однолітків, бажанні бути прийнятими іншими людьми, заслужити їх прихильність.

Співставлення підлітком власної оцінки соціального статусу з показниками мотивації афіляції дозволило виділити типи творчої активності.

Схарактеризуємо кожен з вищезазначених типів творчої активності:

1) Гіперсоціальний – високий соціальний статус, високий рівень надії на прийняття і високий показник страху відторгнення. Їм притаманне гостре сприйняття інтеграційних і диференційних групових процесів, що базуються на матеріальних цінностях. Крім того, вони часто вступаються за скривджених однокласників і наживають собі ворогів, маючи загострене почуття справедливості.

2) Конвенційний тип – приблизно 40% серед математично обдарованих старшокласників. Такі підлітки уникають конфліктів, намагаються постійно

перебувати в ситуації конструктивної взаємодії : комунікабельні, відкриті, готові йти на контакт.Водночас, і критику вони сприймають досить спокійно, здебільшого перебирають на себе функції помічників вчителя.

3) Тривожний тип - на рівні 16% серед відвідувачів математичних гуртків і факультативів. Серед них переважають замкнені, неговіркі, сором'язливі діти. Нерозвинуте спілкування з однолітками вони замінюють наполегливістю і старанністю, намагаючись отримати визнання оточення.

4) Конформний тип - низька задоволеність соціальним статусом,що означає зацикленість на пошуках реалізації потреби в спілкуванні. Такі діти відволікаються від творчості на користь пошуку однодумців, нових друзів.

5) Контрсоціальний тип – висловлюють незадоволення цінностями своєї групи, але не проти суспільства в цілому. Творчість для них – засіб досягнення ідеалу,засіб входження у спільноту людей,які є для них віртуальною соціальною групою. З таких, як правило, і виходять конструктори,відомі винахідники,вчені зі світовим ім'ям [22, с. 105].

І все ж таки, незважаючи на важливість мотивації афіляції, вирішальним чинником творчої активності ми впевнено назвемо особистісні якості учнів. Серед них виділемо наступні: усвідомлення власних здібностей, реалістичність, наполегливість, самостійність у виборі мети, побудова життєвих планів шляхом професійного самовизначення та оволодіння системою соціальних ролей.

На відміну від молодших школярів, підлітки схильні інтегруватись в безліч цінностей різного роду. Вони усвідомлюють власні здібності, виявляють самостійність і наполегливість.

При цьому усвідомлення власних здібностей висувається в розряд провідних, а, відтак, зростає і потреба кваліфікованої оцінки цих здібностей. Усвідомлення власних здібностей спрямовує підлітків на досягнення все більших і вагоміших результатів.Крім того,математично обдарована особистість як ніхто повинна розуміти, що цілі повинні бути реалістичними, в зоні найближчого розвитку вмінь та навичок.

Окремої уваги заслуговує такий чинник, як наполегливість. Навіть при розв'язанні певних прикладів це є головною умовою, а у задачах взагалі доводиться шукати декілька способів і обирати з них найраціональніший. Наполегливість, на відміну від звичайної старанності, має ціль, а це, в свою чергу, - шлях до мети.

Самостійність у виборі – одна з особливостей, що визначає привабливість мети. Наприклад, працюючи над проектом, курсовою роботою, готуючись до засідання Малої академії наук (МАН), старшокласник самостійно обирає темп і тривалість роботи.

I, нарешті, обдаровані підлітки мають орієнтацію в майбутнє: свої творчі здібності вони розглядають як цілком реалістичні життєві плани і відповідно до них спрямовують розвиток своєї особистості.

Аналіз психолого-педагогічної та наукової літератури, проведене емпіричне дослідження, отримання емпіричних даних, власний досвід роботи вчителем математики в ЗЗСО дозволили розробити методичні рекомендації щодо оптимізації процесу розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку:

1. Розвивати системний пізнавальний інтерес до математики як науки та навчального предмету. Учень буде працювати із задоволенням, якщо уроки математики викликатимуть у нього сильні та стійкі емоції. Тоді не потрібно примушувати його до математичної діяльності. Бажання виконати роботу якнайкраще, жвава зацікавленість – необхідні умови позитивного впливу на розвиток математичних здібностей. Учень повинен вважати, що впорається із завданнями різної складності чи навантаження. А для цього створюємо «ситуацію успіху», схвалюємо будь-які досягнення, підвищуємо самооцінку особистості тощо.

2. Забезпечувати змістовне навантаження з математики в зоні найближчого розвитку учнів. Дитина, яка має схильність до математики, вимагає постійного ускладнення розумового навантаження, відрізняється системним потягом до саморегуляції своєї діяльності та підвищеною

працездатністю і, логічно, що умови масового навчання у ЗЗСО не в змозі це забезпечити. Цю функцію повинен взяти на себе вчитель шляхом додаткової роботи з дитиною у позаурочний час: гуртки, олімпіади, дослідницькі роботи, участь у засіданнях МАН тощо.

3. Навчально-методичні матеріали з математики повинні бути побудовані з урахуванням специфіки розвитку математичних здібностей дитини.

4. Забезпечення принципу «дзеркала» (емпатії). Учитель власним прикладом підтверджує, що розвиток математичних здібностей, окрім того, що це цікаво і корисно, це й дуже актуально і перспективно, як для майбутньої престижної професії, так і для успішної соціалізації в цифровому суспільстві.

5. Діяльність учнів повинна бути творчою, що передбачає нестандартний, незвичний спосіб розв'язання задач та виразів, опанування нових, більш раціональних прийомів обчислення тощо. Для цього викладення математичного матеріалу слід зробити проблемним і створити підліткам умови для постійної дослідно-пошукової діяльності.

6. Стиль спілкування з учнями повинен відбуватися за принципом «інструкція– діалог»: з одного боку передбачено більшу інформативність та обґрунтованість висунутих вимог, а з іншого, - спілкування на рівних, враховуючи психологічні особливості. Це неодмінно дасть поштовх до розкриття ініціативності, незалежності та творчого потенціалу учня.

Отже, при розробці методичних рекомендацій з розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку перш за все слід враховувати психологічні особливості учнів саме цієї вікової категорії (темперамент, властивості нервової системи, домінуючу модальність, відмінності роботи різних домінуючих мозкових куль, прояви категорій інтелекту тощо).

Крім того, оптимізація процесів розвитку математичних здібностей передбачає: системний пізнавальний інтерес, навантаження в зоні найближчого розвитку, оптимальну побудову навчально-методичних

матеріалів, принцип емпатії (творчу діяльність учнів, стиль спілкування «інструкція– діалог» ) тощо.

### **Висновки до третього розділу**

У емпіричному дослідженні вивчено стан розвитку математичних здібностей учнів середньої шкільного віку закладу загальної середньої освіти. Дослідження проведено у відокремленому структурному підрозділі відділу освіти Чорноморської міської ради - Олександрівському закладі загальної середньої освіти Чорноморської міської ради Одеського району Одеської області. У дослідження взяло участь 60 учнів 9-х класів.

Відповідно до мети і завдань дослідження нами було обрано та адаптовано наступні методики:

- 1) Методика «Діагностика аналітичних математичних здібностей» (автор Р. Кеттелл).
- 2) Методика У. Ліппмана «Логічні закономірності».
- 3) Інтелектуальний тест Г. Айзенка (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна).
- 4) Опитувальник для виявлення рівнів сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна).

Методика Р. Кеттелла, в основу якої покладені закономірності в числових рядах (двадцять рядів по десять чисел в кожному), виявила, що низький рівень розвитку аналітичних математичних здібностей притаманний 20,0% школярів; середній – 63,3%, а високим рівнем володіють 16,7% учнів 9-х класів Олександрівського ЗЗСО Чорноморської міської ради.

Методика «Логічні закономірності» (автор У. Ліппман) аналогічна як за часовими межами – 15 хвилин, так і за характером опитування – доповнення ряду шляхом додавання двох чисел. Універсальність її полягає у використанні як в індивідуальній, так і в груповій роботі. Проте, є і

складність – виключно усний рахунок. Зважаючи на це, загалом хороший та середній рівні розвитку логічного мислення учнів дорівнюють 60,0 %.

Інтелектуальний тест Г. Айзенка (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна) розрахований на вдвічі більший термін дослідження і становить 30 хвилин. При чому кожне наступне завдання складніше попереднього. Від початку діти налаштовані на те, що вирішувати всі завдання не варто і затримуватись над незрозумілим завданням теж не варто. Щоб дійти за визначений термін до кінця, треба проявити наполегливість. Процес опрацювання результатів полягав у тому, що за кожну правильну відповідь (правильно виконане завдання) нараховується 1 бал. За результатами 13,4% респондентів мають початковий рівень, 68,3% – середній рівень, 18,3% школярів притаманний високий рівень сформованості математичних здібностей.

Опитувальник для виявлення рівнів сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна). Це завдання на логіку і кмітливість для учнів середніх класів ЗЗСО. Для дітей це був найбільш звичний тест, адже на додаткових заняттях такі завдання – не новина. За отриманим результатами, низький рівень зафіксовано у 27,0% учнів, середній – у 63,0%, а високим рівнем сформованості математичних здібностей володіють 10,0% учнів середнього шкільного віку.

Аналіз психолого-педагогічної та наукової літератури, проведене емпіричне дослідження, отримані емпіричні дані, власний досвід роботи вчителем математики в ЗЗСО дозволили розробити методичні рекомендації щодо оптимізації процесу розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку:

1. Розвивати системний пізнавальний інтерес до математики як науки та навчального предмету.
2. Забезпечувати змістовне навантаження з математики в зоні найближчого розвитку учнів.

3. Навчально-методичні матеріали з математики повинні бути побудовані з урахуванням специфіки розвитку математичних здібностей дитини.

4. Забезпечення принципу «дзеркала» (емпатії).

5. Діяльність учнів повинна бути творчою, що передбачає нестандартний, незвичний спосіб розв'язання задач та виразів, опанування нових, більш раціональних прийомів обчислення тощо.

6. Стиль спілкування з учнями повинен відбуватися за принципом «інструкція – діалог»: з одного боку передбачено більшу інформативність та обґрунтованість висунутих вимог, а з іншого, - спілкування на рівних, враховуючи психологічні особливості.

## ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі наведено теоретичне узагальнення та запропоновано вирішення важливої в умовах розвитку цифрового суспільства проблеми – розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку.

Результати дослідження засвідчили досягнення мети й розв'язання поставлених завдань, що дало змогу зробити такі висновки:

1. Здійснено аналіз фахової та психолого-педагогічної літератури, який засвідчив достатню кількість досліджень з проблеми формування та розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку закладу загальної середньої освіти.

Математичні здібності трактовано як індивідуально-психологічні властивості особистості, що виявляються в математичній діяльності, застосовуються для нестандартного розв'язання завдань і формують новий продукт розумової діяльності.

Розвиток математичних здібностей учнів середнього шкільного віку потребує наступних умов: виховання інтересу до праці, зокрема, звички системно працювати, потреби в діяльності; організації цілеспрямованого навчання, формування стійкого інтересу до вивчення предметів математичного напрямку із своєчасним поєднанням із практичною діяльністю; організацію творчої навчальної діяльності учнів; створення сприятливого психологічного середовища; застосування вчителем банку нестандартних завдань, застосування інтегрованих уроків із використанням сучасних цифрових технологій тощо.

2. Організовано та здійснено емпіричне дослідження з проблеми розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку ЗЗСО.

Дослідження проведено в Олександріївському закладі загальної середньої освіти Чорноморської міської ради Одеського району Одеської області. Кількість респондентів – 60 учнів 9-х класів.

Емпіричне дослідження організовано та здійснено у три етапи: першим (підготовчим) етапом емпіричного дослідження передбачено пошук методик, розробка та адаптація діагностичного інструментарію, визначення часу і порядку проведення дослідження, здійснення вибірки; другий (діагностичний) етап призначено для безпосереднього проведення емпіричного дослідження та збору даних щодо стану розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку закладу загальної середньої освіти; третім (інтерпретаційним) етапом дослідження визначено кількісний і якісний аналіз даних з наступним розтлумаченням отриманих результатів щодо стану розвитку математичних здібностей учнів ЗЗСО.

Відповідно до мети і завдань дослідження було обрано та адаптовано наступні методики: методика «Діагностика аналітичних математичних здібностей» (автор Р. Кеттелл); методика У. Ліппмана «Логічні закономірності»; інтелектуальний тест Г. Айзенка (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна); опитувальник для виявлення рівнів сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна).

### 3. Проаналізовано результати емпіричного дослідження.

Так, за методикою Р. Кеттелла, в основу якої покладені закономірності в числових рядах (двадцять рядів по десять чисел в кожному), зрозуміло, що низький рівень розвитку аналітичних математичних здібностей притаманний 20,0% школярів; середній – 63,3%, а високим рівнем володіють 16,7% учнів 9-х класів Олександрівського ЗЗСО Чорноморської міської ради.

Методика «Логічні закономірності» (автор У. Ліппман) аналогічна попередній як за часовими межами – 15 хвилин, так і за характером опитування – доповнення ряду шляхом додавання двох чисел. Універсальність полягає у її використанні як в індивідуальній, так і в груповій роботі. Проте, є і складність – виключно усний рахунок. Зважаючи на це, в цілому добрий та середній рівні розвитку логічного мислення учнів зафіксовано у межах 60,0 %.

Інтелектуальний тест Г. Айзенка (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна) розрахований на вдвічі більший термін дослідження і становить 30 хвилин. При чому кожне наступне завдання складніше попереднього. Від початку діти налаштовані на те, що вирішувати всі завдання не варто і затримуватись над незрозумілим завданням теж не варто. Щоб дійти за визначений термін до кінця, треба проявити наполегливість. Процес опрацювання результатів полягав у тому, що за кожну правильну відповідь (правильно виконане завдання) нараховується 1 бал. За результатами цієї методики 13,4% респондентів мають початковий рівень, 68,3% – середній рівень, 18,3% школярів притаманний високий рівень сформованості математичних здібностей.

Опитувальник для виявлення рівнів сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку (адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна). Це завдання на логіку і кмітливість для учнів середніх класів ЗЗСО. Для дітей це був найбільш звичний тест, адже на додаткових заняттях такі завдання – не новина. За отриманим результатами, низький рівень належить 27,0% учнів, середній – 63,0%, а високим рівнем сформованості математичних здібностей володіють 10,0% учнів середнього шкільного віку.

Проведене емпіричне дослідження засвідчило, що переважна більшість учнів 9-х класів закладу загальної середньої освіти мають середній або низький рівень розвитку математичних здібностей. Одночасно, це є приводом замислитись педагогічному складу закладу освіти щодо підвищення результативності своєї роботи шляхом удосконалення педагогічних форм і методів навчання математики учнів. Вважаємо за доцільне запропонувати методичні рекомендації з розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку.

Розроблені наступні методичні рекомендації щодо розвитку математичних здібностей учнів середнього шкільного віку закладу загальної середньої освіти:

1. Розвивати системний пізнавальний інтерес до математики як науки та навчального предмету.

2. Забезпечувати змістовне навантаження з математики в зоні найближчого розвитку учнів.

3. Навчально-методичні матеріали з математики повинні бути побудовані з урахуванням специфіки розвитку математичних здібностей дитини.

4. Забезпечення принципу «дзеркала» (емпатії).

5. Діяльність учнів повинна бути творчою, що передбачає нестандартний, незвичний спосіб розв'язання задач та виразів, опанування нових, більш раціональних прийомів обчислення тощо.

6. Стиль спілкування з учнями повинен відбуватися за принципом «інструкція – діалог»: з одного боку передбачено більшу інформативність та обґрунтованість висунутих вимог, а з іншого, - спілкування на рівних, враховуючи психологічні особливості.

Перспективу подальших розробок вбачаємо у дослідженні питання розвитку математичної обдарованості в учнів середніх класів у процесі навчання в ЗЗСО.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Акуленко І. Компетентнісно-орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи (теоретичний аспект): монографія. Черкаси : Видавець Чабаненко Ю. 2013. 460 с.
2. Акуленко І. Методика навчання математики в профільній школі: моніторинг навчальних досягнень студентів: методичний посібник для організації моніторингу навчальних досягнень студентів / ред. Н. А. Тарасенкової. Черкаси : Видавець Чабаненко Ю. 2012. 84 с.
3. Базурін В. Педагогічна модель розвитку дослідницьких умінь майбутніх вчителів математики й фізики під час навчання інформаційно-комунікаційних технологій. *Педагогіка і психологія*. 2009. № 4 (65). С. 51-56.
4. Барболіна О. Розвиток критичного мислення учнів шляхом розв'язання математичних задач. *Таврійський вісник освіти*. 2016. № 4 (56). С. 190-196.
5. Бикова Ю. Прийоми розвитку критичного мислення на уроках математики. Методичний пошук. *Розвиток критичного мислення учнів на уроках математики*. 2018. Вип. 8. С. 11-15.
6. Боряк О. Засоби розвитку критичного мислення учнів. Всеукраїнська науково-методична інтернет-конференція студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу. Форум молодих дослідників». м. Суми, 12.11.2020. С. 10–15.
7. Босак А. Роль та місце некоректних задач у процесі розвитку критичного мислення учнів. Методичний пошук. *Розвиток критичного мислення учнів на уроках математики*. 2018. Вип. 8. С. 84-89.
8. Бугайчук К. Змішане навчання: теоретичний аналіз та стратегія впровадження в освітній процес вищих навчальних закладів. *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2016. № 4 (54). С. 1-18.
9. Буковська О. Розвиток креативного мислення учнів на уроках математики. *Математика в рідній школі*. 2018. № 9. С. 9-17.

10. Воевода А. Місце та роль некоректних задач в шкільному курсі математики. *Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology*. 2014. П (18). Issue: 37. С. 45-48.
11. Гарачук Т. Обґрунтування педагогічних умов у контексті підготовки майбутніх учителів початкової школи до роботи з математично здібними школярами. *Психолого-педагогічні проблеми сільської школи*. 2014. Вип. 48. С. 26-33.
12. Гарачук Т. Особливості підготовки майбутніх учителів початкової школи в сучасних умовах. *Наукова скарбниця освіти Донеччини*. 2013. № 2 (15). С. 120-123.
13. Гін А. Прийоми педагогічної техніки. Харків : Веста : Видавництво «Ранок», 2007. 176 с.
14. Грушко О. Розвиток творчих здібностей молодших школярів у процесі мовленнєвої діяльності : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.09 «Теорія навчання». Вінниця, 2005. 279 с.
14. Державний стандарт базової середньої освіти. URL: <https://inlnk.ru/oe0VGK> (дата звернення: 03.12.2022).
15. Довбонос М., Беседін Б. Формування елементів творчої діяльності учнів на уроках математики. *Збірник наукових праць фізико-математичного факультету СДПУ*, 2011. Вип. № 1. С. 138-141.
16. Енциклопедія освіти / ред. В. Г. Кремінь. Київ : Юрінком Інтер, 2021. 1144 с.
17. Євтушенко Н. Розвиток логічного мислення учнів під час навчання математики. *Математика в рідній школі*. 2016. № 12. С. 10-14.
18. Закон «Про освіту». Редакція від 01.01.2021. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text> (дата звернення: 03.12.2022).
19. Закон України про повну загальну середню освіту (із змінами). Редакція від 01.08.2020. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/463-20#Text> (дата звернення: 03.12.2022).

20. Зверова Т. Задачі на дослідження з тригонометрії як засіб розвитку критичного мислення учнів. Методичний пошук. *Розвиток критичного мислення учнів на уроках математики*. 2018. Вип. 8. С. 179-184.
21. Здібності, творчість, обдарованість: теорія, методика, результати досліджень: Кол. монографія / ред. В. Моляко, О. Музики. Житомир : Рута, 2006. 320 с.
22. Зорочкіна Т. Види та типи обдарованості особистості. *Наукові записки. Серія: педагогічні науки*. 2009. № 122. С. 147-152
23. Зорочкіна Т. Індивідуальні навчально-дослідні завдання як засіб розвитку творчих здібностей майбутнього вчителя початкових класів. URL: [http://www.nbu.gov.ua/portal/socgum/Nz\\_p/88/statti/25.pdf](http://www.nbu.gov.ua/portal/socgum/Nz_p/88/statti/25.pdf) (дата звернення: 03.11.2022).
24. Іванова С. Формування геометричних умінь старшокласників шкіл (класів) гуманітарного профілю : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Київ, 1999. 221 с.
25. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: навчальний посібник / В. В. Корольський, Т. Г. Крамаренко, С. О. Семеріков, С. В. Шокалюк; за ред. М. І. Жалдака. Кривий Ріг : Книжкове видавництво Карєєвського, 2009. 316 с.
26. Колінець Г. Психологічні передумови формування математичних дослідницьких здібностей у старшокласників : дис. ... канд. психол. наук : 19.00.07 «Теорія і методика виховання». Київ, 1999. 172 с.
27. Лодзінська Е. Особливості роботи вчителя з математично обдарованими учнями 4-8 класів (на матеріалі польської школи) : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 «Теорія і методика навчання математики». Київ, 2001. 16 с.
28. Маланюк Н. Розвиток творчих математичних здібностей учнів ліцею засобами інформаційних технологій : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.09 «Теорія навчання». Тернопіль, 2014. 20 с.

29. Маркова І., Біловол Г. Урок математики в сучасних технологіях: теорія і практика. Розвиток критичного мислення. Харків : Основа, 2007. 108 с.
30. Матяш О. Геометрична компетентність як складова математичної компетентності учнів. *Математика в рідній школі*. 2016. № 3. С. 28-32.
31. Матяш О. Путівник по сторінках фахових журналів вчителя математики. Вінниця, 2008. 114 с.
32. Модягіна Н. Несподівані аспекти мотивації навчання математики. *Математика в рідній школі*. 2016. № 2. С. 31-35.
33. Методика Г. Айзенка URL: <https://gur.gov.ua/files/test-aizenka.pdf> (дата звернення: 10.11.2022).
34. Методика Р. Кеттелла URL: <https://cattell/index.html> (дата звернення: 05.10.2022).
35. Методика У. Ліппмана URL: <https://medbib.in.ua/diagnostika-myishleniya.html> (дата звернення: 08.09.2022).
35. Навчальна програма для поглибленого вивчення математики в 8-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів. URL: <https://uman-rvoms.gov.ua/navchalni-programidlya-89-klasiv-z-pogliblenim-vivchennyam-12-33-08-18-06-2020/> (дата звернення: 10.12.2022).
36. Недялкова К. Загальна методика навчання математики : практичний курс. Одеса : ТОВ «Рекламсервіс», 2014. 256 с.
37. Масюк О. Розвиток математичних здібностей учнів у Новій українській школі. *Освіта і суспільство*. 2019. Вип.1. С. 34-38.
38. Осинська В. Допрофільна підготовка семикласників з математики. Луганск, СПД Резников В. С., 2007. 216 с.
39. Панченко В. Розвиток математичних здібностей учнів початкових класів. *Проблеми підготовки сучасного вчителя*. 2010. № 2. С. 24-30.
40. Папач О. Врахування психологічних особливостей старшокласників при викладанні природничо-математичних дисциплін : навч.- метод. посіб. Одеса : «Удача», 2008. 76 с.

41. Папач О. Розвиток множинного інтелекту : експериментальна діяльність закладу освіти; модульна організація освітнього процесу. Харків : Вид. група «Основа», 2018. 160 с.
42. Первун О. Пошуково-дослідницькі задачі як засіб розвитку математичних здібностей учнів класів з поглибленим вивченням математики: автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02. К., 2009. 20 с.
43. Пехота О., Кіктенко А. Освітні технології. Київ : «Видавництво А. С. К.», 2004. 255 с.
44. Пихтар М. Розвиток математичних здібностей школярів у діяльності Малої академії наук: автореф. дис. на здоб. наук. ступ. канд. пед. наук : 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)». Київ, 2011. 20 с.
45. Прач В. Евристичне навчання математики : Подорож у світ евристики. Донецьк : Ноулідж, 2012. 275 с.
46. Семенець С. Методологія і теорія розвивального навчання математики. Житомир : Вид. О. О. Євенок, 2015. 236 с.
49. Семенець С. Супровідний тригранник математичної компетентності. *Наукові записки Бердянського державного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки.* 2020. Вип. 2. С. 96-105.
47. Сидоркін Є. Формування інформаційної компетентності учнів засобами комп'ютерних технологій. *Рідна школа.* 2014. № 4-5. С. 53-56.
48. Силенюк Г. Інтелект, його природа та структура. *Математика в рідній школі.* 2015. № 3. С. 38-43.
49. Скворцова С. Вдала мотивація – запорука успіху. *Математика в рідній школі.* 2015. № 5. С. 18-20.
50. Слепкань З. Методика навчання математики. Київ : Вища школа, 2006. 582 с.
51. Тарасенкова Н., Акуленко І., Лов'янова І., Сердюк З. Організація навчання математики у старшій профільній школі : монографія. Черкаси : Видавець ФОП Гордієнко, 2017. 216 с.

52. Урок математики в сучасних технологіях : теорія і практика. (Метод проєктів, комп'ютерні технології, розвивальне навчання). Харків : Основа, 2007. 176 с.
53. Borovik A. Mathematical Abilities and Mathematical Skills [Electronic resource]. World Federation of National Mathematics Competitions Conference 2006. Cambridge, England. 2006. 22-28 July. URL: <http://www.wpr3.co.uk/wfnmc> (дата звернення: 19.10.2022).
54. Help your kids with math: a unique step- by- step visual guide / Carol Vorderman. London : Dorling Kindersley Livited, 2010. 256 p.
55. Nusca A. Math ability is inborn, study suggests. AM PDT11. 2011. August 10.
56. Tarasenkova, N (Ed). (2016). Conceptual framework for improving the mathematical training of young people: Monograph. In L. Kyba (A. Ed.). Budapest, Hungary : SCASPEE. P. 128-135.

## ДОДАТКИ

### Додаток А

#### Методика «Діагностика аналітичних математичних здібностей»

(автор Р. Кеттелл)

Інструкція: дається матеріал та бланк відповідей. Кожне завдання є рядом чисел. Ці числа перебувають у певній закономірності. Знайдіть цю закономірність. Одне з десяти чисел у ряду пропущено. Використовуючи знайдену закономірність, визначте, що це за число. Запишіть це число в бланк відповідей і починайте наступне завдання. Якщо довго не виходить вирішити одне завдання, переходьте до іншого.

Час: 15 хвилин.

Завдання:

- 1) 196 175 154 133 112 91 ... 49 28 7
- 2) 39 24 23 41 7 58 - 9 75 - 25 ...
- 3) - 31 - 30 - 55 - 1 - 79 ... -103 57 - 127 86
- 4) 23 ... 57 74 91 108 125 142 159 176
- 5) 155 ... 205 230 255 280 305 330 355 380
- 6) 5 - 4 - 13 ... - 31 - 40 - 49 - 58 - 67 - 76
- 7) - 15 - 1 4 - 9 8 9 ... 17 14 3
- 8) 89 ... 73 83 57 70 41 57 25 44
- 9) ... - 28 - 16 - 12 - 8 4 0 20 8 36
- 10) 11 18 12 ... 9 7 21 0 2 26
- 11) 0 -9 -10 -7 -17 -3 ... -25 4 -21
- 12) 6 -8 1 1 -15 6 ... -22 11 -9
- 13) 95 95 112 86 129 ... 146 68 163 59
- 14) 92 105 106 133 120 161 ... 189 148 217
- 15) 6 - 3 - 21 15 - 48 33 ... 51 - 102 69
- 16) 120 ... 62 33 4 - 25 - 54 - 83 - 112 - 141
- 17) 7 31 55 79 103 127 151 175 ... 223
- 18) - 2 - 13 - 27 - 29 ... - 45 - 77 - 61 - 102 - 77

19) - 19 4 27 50 73 96 119 142 ... 188

20) 38 28 18 ... - 2 - 12 - 22 - 32 - 42 - 52

Опрацювання результатів: за допомогою ключа порахувати кількість правильних відповідей. За кожну правильну відповідь нараховується 1 бал. Отже, максимальний бал становить 20.

Таблиця орієнтовних нормативів для різного віку школярів (за Р.Кеттеллом)

Вік	Низький рівень	Середній рівень	Високий рівень
12 - 13	0 - 4	5 - 9	10 - 20
14 - 16	0 - 6	7 - 11	12 - 20
17+	0 - 8	9 - 13	14 - 20

Ключ:

1) 70

2) 92

3) 28

4) 40

5) 180

6) - 22

7) - 3

8) 96

9) - 24

10) 16

11) -14

12) - 4

13) 77

14) 134

15) -75

16) 91

17) 199

18) - 52

19) 165

20) 8.

**Методика У. Ліппмана «Логічні закономірності»**

Інструкція: пред'являються ряди чисел у письмовій формі. Необхідно проаналізувати кожен ряд і встановити закономірність його побудови.

Потрібно визначити два числа, які б продовжили ряд.

Час: 15 хвилин. Час вирішення завдань фіксується.

Завдання. Числові ряди:

- 1) 2, 3, 4, 5, 6, 7
- 2) 6, 9, 12, 15, 18, 21
- 3) 1, 2, 4, 8, 16, 32
- 4) 4, 5, 8, 9, 12, 13
- 5) 19, 16, 14, 11, 9, 6
- 6) 29, 28, 26, 23, 19, 14
- 7) 16; 8; 4; 2; 1; 0,5
- 8) 1, 4, 9, 16, 25, 36
- 9) 21, 18, 16, 15, 12, 10
- 10) 3, 6, 8, 16, 18, 36

Ключ:

- 1) 8; 9
- 2) 24; 27
- 3) 64; 128
- 4) 16; 17
- 5) 4; 1
- 6) 8; 1
- 7) 0,25; 0,125
- 8) 49; 64
- 9) 9; 6
- 10) 38; 76.

Обробка результатів виконання завдань  
учнями середнього шкільного віку ( за методикою У.Ліппмана)

Термін виконання завдання (хв, с)	Кількість помилок	Бали	Рівень розвитку логічного мислення
2 хв і менше	0	5	Дуже високий рівень розвитку логічного мислення
2 хв 10 с. – 4 хв 30 с	0	4	Добрий рівень, вище, ніж у більшості людей
4 хв 35 с. – 9 хв 50 с	0	3+	Добрий рівень більшості людей
4 хв 35 с – 9 хв 50 с	1	3	Середня норма
4 хв 35 с – 9 хв 50 с	2-3	3-	Низька норма
2 хв 10 с – 15 хв	4-5	2	Нижче середнього рівня розвитку логічного мислення
10 хв – 15 хв	0-3	2+	Низька швидкість мислення, «тугодум»
Більше 16 хв	Більше 5	1	Дефект логічного мислення в людини

**Додаток В****Інтелектуальний тест Г. Айзенка  
(адаптовано Т. Гарачук, С. Ільїна)**

Інструкція. На виконання кожного тесту дається рівно 30 хв. Не затримуйтеся занадто довго над одним завданням. Можливо, ви перебуваєте на помилковому шляху, тож краще перейти до наступного завдання. Відповідь напишіть у зазначеному місці. Якщо ви не можете розв'язати завдання, то не варто наважуватися писати відповідь. Якщо ж у вас є ідея, але ви не впевнені в її правильності, то всеж-таки дайте відповідь. Тест не містить мудрованих завдань, але прийдеться розглядати кілька шляхів рішення. Перш ніж приступити до роботи, переконайтеся, що ви правильно все зрозуміли. Ви даремно втратите час, якщо візьметесь за розв'язання, не усвідомивши, у чому полягає завдання.

**Завдання для виконання:**

1. Ціна квитка на стадіон була 200 грн. Після зниження ціни на квиток, кількість глядачів на стадіоні збільшилася на 50%, а виручка з проданих квитків збільшилася на 14%. Скільки став коштувати квиток на стадіон після зниження ціни?

2. Про деяке двозначне число зроблені наступні твердження. «Це число або закінчується на 5, або ділиться на 7». «Це число або більше 20, або закінчується на 9». «Це число або ділиться на 12, або менше 21». Знайдіть всі двозначні числа, які задовольняють умовам задачі.

3. Один з кутів рівнобедреного трикутника дорівнює  $120^\circ$ . З середини основи опущено перпендикуляр на бічну сторону. В якому відношенні основа перпендикуляра ділить бічну сторону?

4. У зграї 101 кабан. Всі вони ходять на город групами їсти картоплю, причому кожні двоє ходили на город разом рівно по разу, однак вся зграя за один раз на картоплю не ходила. Доведіть, що один з кабанчиків брав участь не менше, ніж у 11 походах за картоплею.

5. Путівка до санаторію коштує 60 грн. Службовець має намір придбати путівку за 30% її вартості. Скільки грошей він має сплатити?
6. Службовець купив у профспілці путівку до санаторію за 30% вартості і сплатив при цьому 180 грн. Скільки коштує путівка?
7. Путівка до санаторію коштує 600 грн. Службовець сплатив за неї 180 грн. Який відсоток вартості путівки він сплатив?
8. Ціна товару спочатку знизилася на 10%, а потім ще раз на 10%. На скільки відсотків знизилась ціна після двох переоцінок?
9. Вологість свіжих грибів дорівнювала 99%. Коли гриби підсушили, їх вологість знизилась на 98%. Як змінилась маса грибів?
10. Від продажу товару за 1386 гривень одержано 10% прибутку. Знайти собівартість товару.

**Ключ:**

1. 152
2. 84
3. 3: 1, рахуючи від вершини основи.
4. Нехай в деякому поході беруть участь не менше 11 кабанчиків. Тоді будь-який з кабанчиків, що не брали участі у цьому поході, сходить за картоплею не менше 11 разів з кожним з учасників. Якщо ж у кожний похід ходило не більше 10 кабанчиків, то будь-який кабанчик брав участь не менш, ніж у 11 походах, адже він повинен сходити разом з кожним із 100 інших кабанчиків.
5. 180.
6. 600
7. 30%
8. на 19%.
9. Зменшилась у два рази.
10. 1260 грн.

Рівні сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку ЗЗСО (за інтелектуальним тестом Г.Айзенка)

Рівні	Початковий рівень	Середній рівень	Високий рівень
Сума балів	2-4	5-8	9-10

**Опитувальник для виявлення рівнів сформованості  
математичних здібностей учнів середнього шкільного віку  
(адаптовано: Т. Гарачук, С. Ільїна)**

Шановний учень!

Просимо вирішити запропоновані завдання.

1. Людина розглядає портрет. «Чий це портрет ви розглядаєте?» – запитують у нього, і людина відповідає: «У сім'ї я ріс один, як перст, один. І все-таки батько того, хто на портреті, – син мого батька». Чий портрет розглядає людина?

2. Ви захворіли, пішли до лікаря котрий дав вам по три пігулки у баночках А та В. Пігулки ідентичні зовні, але мають різний ефект. Ви повинні кожен день випивати разом пігулку із баночки А та пігулку із баночки В, так протягом трьох днів. Рецепт не можна порушувати. Але вранці після першого дня ви побачили, що на столі лежать три пігулки, баночка В порожня, а в баночці А лише одна пігулка. Як вам діяти, щоб закінчити лікування не порушуючи рецепту?

3. Поруч із берегом стоїть корабель зі спущеними на воду мотузковою драбиною, що має 10 сходинок. Відстань між ними 30 см. Сама нижня сходинка торкається поверхні води. Океан сьогодні дуже спокійний, але починається приплив, що піднімає воду за годину на 15 см. Через скільки годин покриється водою третя сходинка мотузкової драбини?

4. Є квадратний ставок (див. схематичний малюнок). По кутах його біля води ростуть чотири старих дуби. Ставок знадобилося розширити, зробивши його вдвічі більше по площі, зберігаючи, однак, квадратну форму. Але старих дубів торкати не бажають. Чи здійсненне це завдання?

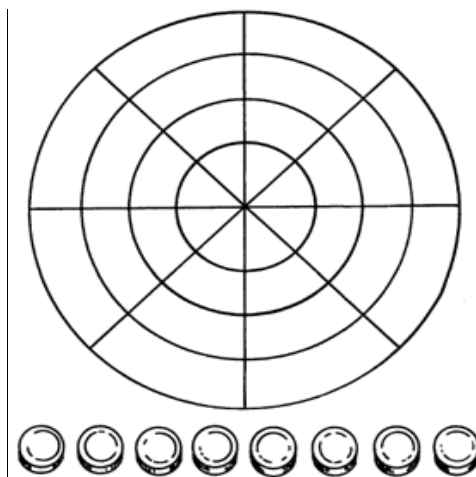


5. Двоє туристів одночасно вийшли з пункту А і пішли в пункт В. Перший турист половину часу, витраченого їм на перехід, йшов зі швидкістю 5 км/год, а потім пішов зі швидкістю 4 км/год. Другий же першу половину шляху пройшов по 4 км/год, а потім пішов по 5 км/год. Хто з них раніше прийшов у пункт В?

6. Василю, Петру, Семену і їхнім дружинам Наталії, Ірині, Ганні разом 151 рік. Кожен чоловік старше своєї дружини на 5 років. Василь на 1 рік старше Ірини. Наталії й Василю разом 48 років, Семену й Наталії разом 52 роки. Хто на кому одружений, скільки кому років? (Вік повинен бути виражений в цілих числах.)

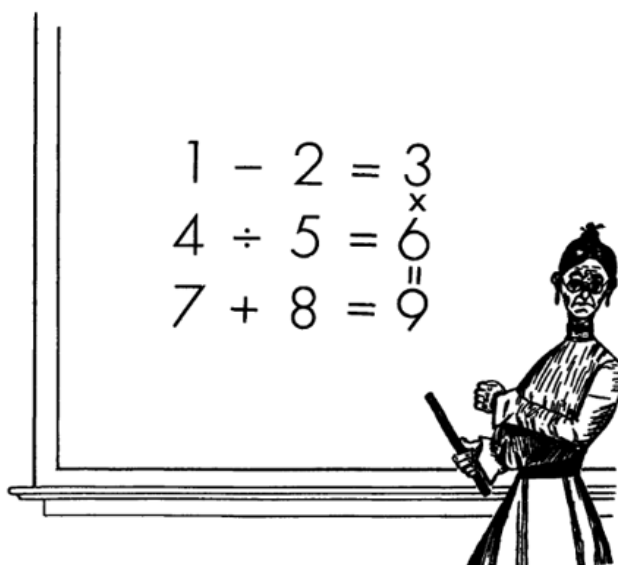
7. Що більше: сума всіх цифр або їхній добуток?

8. Для розв'язку цієї цікавої задачки потрібно зробити збільшену копію цього малюнка й взяти вісім шашок, які будуть слугувати фішками. А тепер розмістить шашки на лініях малюнка так, щоб у кожному колі і на кожній із чотирьох прямих ліній було по 2 шашки.

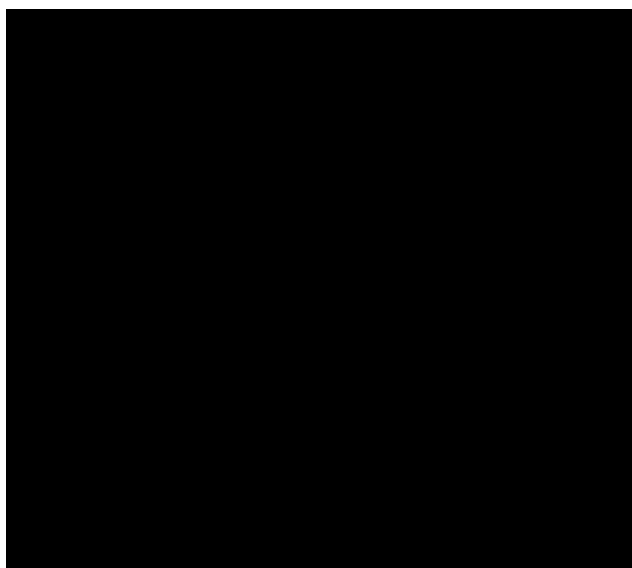


9. Улюблена вчителька 5-ї чоловічої гімназії місіс Прісцилла Норт пропонує розв'язати математичну задачу, і, до того ж, – нелегку.

- Я написала дуже цікаве рівняння. Але, на жаль для вас, розташувала цифри від одиниці до дев'яти в неправильному порядку. Ви повинні переставити їх так, щоб усі чотири приклади мали правильний розв'язок. Майте на увазі: тут три «горизонтальні» рівняння й одне «вертикальне».



10. Закресліть усі 13 точок (як на малюнку) п'ятьма відрізками, не відриваючи олівця від паперу та не проводячи ніяку лінію двічі.



Загальна сумарна оцінка результатів оцінки рівня сформованості математичних здібностей складається за ключем, наведеним у таблиці:

№ запитання	Правильні відповіді
1.	а) не розв'язано – 0 балів; б) розв'язано з помилками – 1 бал; в) розв'язано без помилок – 2 бали.
2.	а) не розв'язано – 0 балів; б) розв'язано з помилками – 1 бал; в) розв'язано без помилок – 2 бали.
3.	а) не розв'язано – 0 балів; б) розв'язано з помилками – 1 бал; в) розв'язано без помилок – 2 бали.
4.	а) не розв'язано – 0 балів; б) розв'язано з помилками – 1 бал; в) розв'язано без помилок – 2 бали.
5.	а) не розв'язано – 0 балів; б) розв'язано з помилками – 1 бал; в) розв'язано без помилок – 2 бали.
6.	а) не розв'язано – 0 балів; б) розв'язано з помилками – 1 бал; в) розв'язано без помилок – 2 бали.
7.	а) не розв'язано – 0 балів; б) розв'язано з помилками – 1 бал; в) розв'язано без помилок – 2 бали.
8.	а) не розв'язано – 0 балів; б) розв'язано з помилками – 1 бал; в) розв'язано без помилок – 2 бали.
9.	а) не розв'язано – 0 балів; б) розв'язано з помилками – 1 бал; в) розв'язано без помилок – 2 бали.
10.	а) не розв'язано – 0 балів; б) розв'язано з помилками – 1 бал; в) розв'язано без помилок – 2 бали.

Рівні сформованості математичних здібностей учнів середнього шкільного віку ЗЗСО згідно опитувальника (адаптовано Т.Гарачук, С.Ільїна):

Рівні	Низький рівень	Середній рівень	Високий рівень
Сума балів	0	1–5	6–10